

# Table des matières

<b>I</b>	<b>Signaux temporels</b>	<b>10</b>
<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>11</b>
1.1	Définition d'un signal . . . . .	11
1.2	Classification des signaux . . . . .	11
1.2.1	Signaux continus et discrets . . . . .	11
1.2.2	Signaux déterministes et aléatoires . . . . .	12
1.3	Conclusions et extensions . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Signaux déterministes à temps continu</b>	<b>16</b>
2.1	Représentation temporelle . . . . .	16
2.2	Transformations et représentation fréquentielle (rappels) . . . . .	17
2.2.1	Représentation d'un signal périodique par une série de Fourier . . . . .	17
2.2.2	Transformation de Fourier . . . . .	19
2.2.3	Transformation de Laplace . . . . .	22
2.2.4	Lien entre transformées de Fourier et Laplace . . . . .	22
2.3	Filtrage (rappels) . . . . .	22
2.3.1	Définitions . . . . .	22
2.3.2	Propriétés des filtres . . . . .	23
2.4	Energie, puissance, corrélation . . . . .	26
2.4.1	Energie et puissance en représentation temporelle . . . . .	27
2.4.2	Propriétés des signaux à énergie finie . . . . .	28
2.4.3	Propriétés des signaux à puissance moyenne finie . . . . .	38
2.5	Conclusions et extensions . . . . .	41
2.6	Annexe A : grandeurs liées à l'énergie et la puissance . . . . .	41
2.7	Annexe B : signe du coefficient de corrélation . . . . .	42
<b>3</b>	<b>Probabilités</b>	<b>43</b>
3.1	Définitions . . . . .	43
3.2	Opérations sur les événements . . . . .	44
3.3	Tribu . . . . .	44
3.4	Espaces probabilisables et probabilisés . . . . .	46
3.5	Approche fréquentiste de la probabilité . . . . .	46
3.6	Diagramme de Venn, masse de probabilité . . . . .	47
3.7	Propriétés des probabilités . . . . .	48
3.8	Probabilité conditionnelle, théorème de Bayes . . . . .	50
3.8.1	Probabilité conditionnelle . . . . .	50
3.8.2	Théorème de la probabilité totale . . . . .	52
3.8.3	Théorème de Bayes . . . . .	53
3.9	Indépendance . . . . .	53
3.9.1	Cas de 2 événements . . . . .	53
3.9.2	Cas de $m$ événements . . . . .	54
3.10	Conclusions et extensions . . . . .	54

<b>4</b>	<b>Variable aléatoire réelle unique</b>	<b>55</b>
4.1	Définition et caractérisations d'une variable aléatoire . . . . .	55
4.1.1	Motivation . . . . .	55
4.1.2	Définition d'une variable aléatoire réelle . . . . .	56
4.1.3	Loi de probabilité . . . . .	58
4.1.4	Fonction de répartition . . . . .	58
4.1.5	Variables aléatoires discrètes et continues, densité . . . . .	66
4.1.6	Caractéristiques expérimentales correspondantes . . . . .	71
4.1.7	Exemples importants de variables aléatoires . . . . .	73
4.1.8	Fonction de répartition et densité conditionnelles . . . . .	79
4.2	Fonctions d'une unique variable aléatoire . . . . .	82
4.2.1	Espérance . . . . .	82
4.2.2	Fonction $g(X)$ d'une variable aléatoire . . . . .	88
4.2.3	Variable aléatoire centrée . . . . .	91
4.2.4	Moments : cas général . . . . .	92
4.2.5	Moments d'ordre 2, variance . . . . .	93
4.2.6	Fonction caractéristique . . . . .	95
4.3	Conclusions et extensions . . . . .	98
<b>5</b>	<b>Couple et vecteur de variables aléatoires réelles</b>	<b>99</b>
5.1	Couple de variables aléatoires . . . . .	99
5.1.1	Loi de probabilité conjointe . . . . .	99
5.1.2	Fonction de répartition conjointe . . . . .	99
5.1.3	Cas discret et continu, densité conjointe . . . . .	102
5.1.4	Propriétés statistiques marginales . . . . .	103
5.1.5	Fonctions de répartition, densités et probabilités conditionnelles . . . . .	105
5.1.6	Couple de variables aléatoires indépendantes . . . . .	105
5.2	Fonctions d'un couple de variables aléatoires . . . . .	106
5.2.1	Fonction unique de deux variables aléatoires . . . . .	106
5.2.2	Moments croisés : cas général . . . . .	107
5.2.3	Moments croisés d'ordre 2, corrélation, covariance . . . . .	109
5.2.4	Fonction caractéristique conjointe . . . . .	115
5.2.5	Couple de fonctions de deux variables aléatoires . . . . .	116
5.3	Vecteur aléatoire . . . . .	118
5.4	Conclusions et extensions . . . . .	121
<b>6</b>	<b>Signaux aléatoires réels</b>	<b>122</b>
6.1	Signal aléatoire unique . . . . .	122
6.1.1	Définition . . . . .	122
6.1.2	Propriétés statistiques d'un signal aléatoire . . . . .	126
6.1.3	Stationnarité . . . . .	129
6.1.4	Caractéristiques des signaux aléatoires stationnaires à l'ordre 2 . . . . .	131
6.1.5	Ergodisme et estimation des propriétés statistiques d'un signal aléatoire . . . . .	133
6.1.6	Bruit blanc . . . . .	136
6.2	Couple de signaux aléatoires . . . . .	137
6.2.1	Principe . . . . .	137
6.2.2	Résultats principaux . . . . .	137
6.3	Vecteur de signaux aléatoires . . . . .	138
6.4	Conclusions et extensions . . . . .	139
6.5	Annexe A : autre expression de la DSP . . . . .	139
6.6	Annexe B : variables et signaux aléatoires complexes . . . . .	139

<b>II</b>	<b>Traitement d'antenne</b>	<b>141</b>
<b>7</b>	<b>Position du problème</b>	<b>142</b>
7.1	Système considéré . . . . .	142
7.2	Objectif . . . . .	143
7.3	Méthodes actives et passives . . . . .	143
7.4	Domaines d'application . . . . .	143
7.5	Conclusions et extensions . . . . .	144
<b>8</b>	<b>Signaux spatiotemporels et antennes</b>	<b>145</b>
8.1	Signaux spatiotemporels . . . . .	145
8.1.1	Définition . . . . .	145
8.1.2	Equation d'onde . . . . .	145
8.1.3	Solutions particulières de l'équation d'onde . . . . .	145
8.2	Espace vecteur d'onde - pulsation temporelle . . . . .	148
8.2.1	Transformation de Fourier des signaux spatiotemporels . . . . .	148
8.2.2	Filtrage dans l'espace vecteur d'onde - pulsation temporelle . . . . .	148
8.3	Antenne . . . . .	149
8.3.1	Capteurs et signaux associés . . . . .	149
8.3.2	Antenne à sommation pure : structure et expression de la sortie . . . . .	153
8.3.3	Directivité . . . . .	154
8.3.4	Echantillonnage spatial et repliement . . . . .	159
8.3.5	Synthèse des propriétés de l'antenne . . . . .	164
8.4	Conclusions et extensions . . . . .	164
8.5	Annexe : autres représentations de la directivité . . . . .	164
<b>9</b>	<b>Méthodes conventionnelles de formation de voie</b>	<b>167</b>
9.1	Formation de voie par retard et sommation . . . . .	167
9.1.1	Capteurs et signaux associés . . . . .	167
9.1.2	Structure générale de l'antenne . . . . .	167
9.1.3	Choix des filtres du vecteur de pondération . . . . .	168
9.1.4	Sortie . . . . .	169
9.1.5	Directivité . . . . .	170
9.2	Antenne avec placement du lobe principal et des zéros . . . . .	173
9.2.1	Capteurs et signaux associés . . . . .	173
9.2.2	Structure de l'antenne . . . . .	175
9.2.3	Principe de choix des filtres de pondération . . . . .	175
9.2.4	Valeurs des filtres : cas d'une antenne à deux capteurs . . . . .	175
9.2.5	Valeurs des filtres : cas d'une antenne à $N$ capteurs . . . . .	177
9.3	Conclusions et extensions . . . . .	180
<b>10</b>	<b>Traitement d'antenne adaptatif</b>	<b>181</b>
10.1	Matrice de corrélation spatiospectrale des observations . . . . .	181
10.2	Méthodes à optimisation sous contrainte . . . . .	182
10.2.1	Cas général . . . . .	182
10.2.2	Méthode de formation de voie à variance minimale . . . . .	183
10.3	Méthodes fondées sur les sous-espaces . . . . .	190
10.3.1	Capteurs et signaux associés . . . . .	190
10.3.2	Expressions de la matrice de corrélation spatiospectrale des observations . . . . .	191
10.3.3	Propriétés de la matrice de corrélation spatiospectrale des observations . . . . .	193
10.3.4	Algorithme . . . . .	196
10.4	Conclusions et extensions . . . . .	197

<b>III Séparation aveugle de sources (SAS)</b>	<b>198</b>
<b>11 Concepts généraux</b>	<b>199</b>
11.1 Objectif de la SAS . . . . .	199
11.2 Conditions d'étude générales . . . . .	200
11.2.1 Signaux observés . . . . .	200
11.2.2 Signaux sources . . . . .	201
11.2.3 Modèle de mélange . . . . .	202
11.3 Classes de mélanges usuelles . . . . .	203
11.3.1 Mélanges Linéaires Instantanés (LI) . . . . .	203
11.3.2 Mélanges anéchoïques (ou à atténuations et retards) . . . . .	204
11.3.3 Mélanges convolutifs . . . . .	205
11.4 Principes majeurs des méthodes de SAS pour mélanges LI . . . . .	206
11.4.1 Système de séparation . . . . .	206
11.4.2 Analyse en Composantes Indépendantes et méthodes liées . . . . .	209
11.4.3 Analyse en composantes parcimonieuses . . . . .	212
11.4.4 Factorisation en matrices non négatives . . . . .	219
11.5 Conclusions et extensions . . . . .	220
<b>12 Méthodes fondées sur les moments ou cumulants</b>	<b>221</b>
12.1 Position du problème . . . . .	221
12.1.1 Conditions d'étude et notations . . . . .	221
12.1.2 Structure du chapitre . . . . .	222
12.2 Cumulants d'une unique variable aléatoire . . . . .	223
12.2.1 Définition . . . . .	223
12.2.2 Lien avec les moments . . . . .	224
12.2.3 Autres propriétés, intérêt . . . . .	225
12.2.4 Définitions et propriétés liées au kurtosis . . . . .	226
12.3 Cumulants d'un vecteur aléatoire . . . . .	228
12.3.1 Définition . . . . .	228
12.3.2 Lien avec les moments . . . . .	229
12.3.3 Autres propriétés, intérêt . . . . .	231
12.4 Capacités et limitations des statistiques d'ordre 2 en SAS . . . . .	232
12.4.1 Principe et insuffisance du blanchiment . . . . .	232
12.4.2 Intérêt du blanchiment . . . . .	233
12.4.3 Exemple de méthode de blanchiment . . . . .	234
12.5 Méthode simple à fonctions non linéaires ou moments . . . . .	235
12.5.1 Structure du système de séparation de Héroult-Jutten . . . . .	235
12.5.2 Existence d'une solution . . . . .	237
12.5.3 Algorithme d'adaptation : cas général des fonctions non linéaires . . . . .	238
12.5.4 Algorithme d'adaptation : cas des moments croisés (3,1) . . . . .	241
12.6 Méthode simple à cumulants de toutes les sorties . . . . .	243
12.6.1 Principe de la méthode . . . . .	243
12.6.2 Limitations de la méthode . . . . .	245
12.7 Méthodes performantes à cumulants de toutes les sorties . . . . .	246
12.7.1 Principe général . . . . .	246
12.7.2 Méthode COM2 . . . . .	247
12.7.3 Méthode JADE . . . . .	247
12.7.4 Notion de méthodes MIMO et MISO . . . . .	247
12.8 Méthode performante à kurtosis d'une unique sortie . . . . .	248
12.8.1 Critère de séparation et méthode à déflation . . . . .	248
12.8.2 Algorithmes d'optimisation du kurtosis : montée en gradient et FastICA . . . . .	252
12.8.3 Limitations de l'approche . . . . .	254
12.9 Conclusions et extensions . . . . .	254
12.10 Annexe : skewness . . . . .	254

<b>13 Méthode de SAS fondée sur la vraisemblance</b>	<b>255</b>
13.1 Conditions d'étude et notations . . . . .	255
13.2 Méthode du maximum de vraisemblance . . . . .	255
13.2.1 Critère de séparation . . . . .	255
13.2.2 Gradient de la log-vraisemblance . . . . .	259
13.2.3 Optimisation par montée en gradient et mise en œuvre de la méthode . . . . .	260
13.3 Conclusions et extensions . . . . .	261
<b>14 Théorie de l'information et application à la SAS</b>	<b>262</b>
14.1 Position du problème . . . . .	262
14.1.1 Conditions d'étude et notations . . . . .	262
14.1.2 Structure du chapitre . . . . .	262
14.2 Entropie . . . . .	262
14.2.1 Objectif . . . . .	262
14.2.2 Mesure d'incertitude d'une expérience : cas d'issues équiprobables . . . . .	263
14.2.3 Entropie d'une expérience : cas général . . . . .	265
14.2.4 Entropie d'une variable aléatoire réelle discrète . . . . .	266
14.2.5 Propriétés de l'entropie . . . . .	268
14.3 Entropie conjointe, entropie conditionnelle . . . . .	271
14.3.1 Commentaires préliminaires sur deux cas particuliers . . . . .	271
14.3.2 Démonstration pour des expériences quelconques . . . . .	272
14.3.3 Application aux variables aléatoires réelles discrètes . . . . .	274
14.3.4 Propriétés de l'entropie conditionnelle . . . . .	275
14.4 Information mutuelle . . . . .	277
14.4.1 Définition . . . . .	277
14.4.2 Propriétés . . . . .	277
14.5 Cas de variables aléatoires réelles continues . . . . .	280
14.5.1 Entropie différentielle . . . . .	280
14.5.2 Entropies différentielles conjointe et conditionnelle . . . . .	280
14.5.3 Information mutuelle . . . . .	281
14.5.4 Propriétés . . . . .	282
14.6 Méthode de SAS fondée sur l'information mutuelle des sorties . . . . .	283
14.6.1 Critère de séparation . . . . .	283
14.6.2 Expressions de l'information mutuelle des sorties . . . . .	284
14.6.3 Gradient de l'information mutuelle des sorties . . . . .	285
14.6.4 Lien avec l'approche fondée sur la vraisemblance . . . . .	286
14.7 Méthode de SAS fondée sur le principe « infomax » . . . . .	287
14.7.1 Structure du système de séparation . . . . .	287
14.7.2 Critère de séparation . . . . .	287
14.7.3 Lien avec les approches précédentes . . . . .	288
14.8 Méthode de SAS à néguentropie d'une unique sortie . . . . .	288
14.8.1 Notion complémentaire de théorie de l'information : néguentropie . . . . .	288
14.8.2 Méthode de SAS fondée sur la néguentropie; montée en gradient et FastICA . . . . .	290
14.9 Conclusions et extensions . . . . .	292
14.10 Annexe : dérivée de l'entropie différentielle . . . . .	292
<b>Références</b>	<b>295</b>
<b>Notations et abréviations</b>	<b>302</b>
<b>Index</b>	<b>303</b>