
TD n°1

Relativité du temps et de l'espace

1 Objectif Lune

Une fusée parcourt la distance Terre-Lune (384000km) à la vitesse de $v=0.8c$.

- a- Quelle est la durée du trajet pour un observateur Terrestre ?
- b- Quelle est la durée du trajet pour un passager de la fusée ?
- c- Quelle est la distance Terre-Lune pour un passager de la fusée ?
- d- En comparant la distance qu'il parcourt et le temps qu'il met pour ce trajet, à combien estime-t-il sa propre vitesse ? Ces résultats sont-ils compatibles ?

2 Objectif Terre

Un voyageur intersidéral décide de visiter l'exoplanète la plus proche de nous (et potentiellement habitable), *Proxima Centauri b* (découverte en Août 2016), à une distance $D = 4.2$ années-lumière.

- a- Quelle doit être la vitesse v/c de la fusée pour que le voyageur n'ait pas à s'ennuyer plus de 1 an à bord ?
- b- Combien de temps dure ce voyage pour un observateur terrestre ?

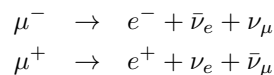
3 Signal radio et mouvement

Un train de longueur $L_0 = 100\text{m}$ passe à la vitesse $v = 0.8c$ devant un chef de gare. Ce dernier envoie un signal radio parallèlement et dans le sens du train, au moment exact où il voit passer l'arrière du train devant lui. Ce signal est détecté par un récepteur attaché à l'avant du train.

- a- Dans le référentiel \mathcal{R}' du train, quel temps $\Delta t'$ le signal met-il pour atteindre le récepteur ?
- b- En étudiant la trajectoire du train et celle du rayon lumineux dans le référentiel \mathcal{R} du chef de gare, exprimer la durée correspondante Δt , dans ce référentiel ?
- c- Pourquoi Δt et $\Delta t'$ ne diffèrent-ils pas d'un simple facteur γ ?

4 Désintégration des muons dans l'atmosphère

Les muons sont des leptons de charge -1, plus lourds que l'électron (207 fois pour être exact). Ils sont instables : ils se désintègrent spontanément pour produire un électron :



Cette désintégration est un processus aléatoire : en moyenne le nombre de muons ayant survécu après un temps t est $N(t) = N_0 e^{-t/\tau_0}$ où N_0 est le nombre de muons produits à $t = 0$ et τ_0 est leur durée de vie moyenne. Mesurée en laboratoire pour des muons immobiles cette durée vaut $\tau_0 = 2.2\mu\text{s}$.

Des muons sont en particulier produits dans la haute atmosphère par désintégration de pions, eux-mêmes produits par collisions des rayons cosmiques (particules de très haute énergie) avec les atomes de l'atmosphère. Ces muons ont des vitesses proches de celle de la lumière. En répétant une expérience originale de Rossi et Hall (1941), Frish et Smith (1963) ont comparé le flux de muons de $v = 0.993c$, en haut du Mont Washington (altitude $H = 1900\text{m}$) et au niveau de la mer ($H = 0$). Ils ont trouvé respectivement $N_1 = 563 \pm 10$ muons/h et $N_2 = 408 \pm 9$ muons/h.

- a- Expliquer qualitativement pourquoi $N_2 < N_1$

Plus précisément : dans le référentiel Terrestre :

- b- En mécanique classique, quelle distance typique parcourent les muons pendant le temps τ_0 ? Sachant qu'ils sont produits en très grand nombre à environ 35 km, commenter ce résultat.
- c- A partir des mesures de Frish et Smith, calculer (sans calcul relativiste) le temps de vie moyen τ_{\oplus} compatible avec ces résultats.
- d- Le comparer au temps de vie en laboratoire. Sachant que les muons se déplacent $v = 0.993c$, interpréter.

Dans le référentiel se déplaçant verticalement, vers le bas, à la vitesse $v_e = v = 0.993c$:

- e- Que vaut le temps de vie τ_{μ} dans ce référentiel ?
- f- En analysant les distances mises en jeu, interpréter les résultats de l'expérience.

5 Localisation par Satellite

La localisation par satellite repose sur des mesures de temps de trajet de signaux radio entre un observateur et les différents satellites d'une constellation. Chaque satellite envoie un signal avec l'heure d'émission t_e . Le récepteur à localiser mesure l'heure de réception t_r de ce signal. En principe, la comparaison de ces deux temps donne directement la distance¹. Les satellites du Global Positioning System (GPS) sont en orbite à environ 20000 km d'altitude avec une vitesse de $v = 4$ km/s. On supposera que l'on peut localement assimiler leur trajectoire à un mouvement de translation rectiligne uniforme.

- a- Expliquer en quoi le mouvement des satellites par rapport à la surface Terrestre perturbe les mesures.
- b- En mécanique classique, comment s'exprime la distance satellite-récepteur L_c en fonction de t_e et t_r ?
- c- En supposant que l'horloge du satellite a été synchronisée avec l'horloge Terrestre à $t_{/sat} = t_{/\oplus} = 0$, quel est le lien entre les temps d'émission $t_{e/sat}$ et $t_{e/\oplus}$ mesurés dans ces deux référentiels ? En déduire la distance L déduite de la comparaison des temps d'émission et de réception quand les effets relativistes sont pris en compte.
- d- Calculer l'erreur $\Delta L = |L - L_c|$ sur la mesure de distance accumulée au bout d'une journée si les effets relativistes ne sont pas pris en compte² ?

6 Course poursuite et loi de composition des vitesses

Deux vaisseaux spatiaux partent depuis la Terre avec un temps T de différence et voyagent à vitesse constante. Le premier F_1 possède une vitesse v_1 . Le second F_2 est plus rapide avec une vitesse $v_2 > v_1$. On s'intéressera aux 3 événements instants mesurés à la fois dans \mathcal{R} le référentiel de la Terre et dans \mathcal{R}' , celui de la fusée F_1 :

- Décollage de F_1 . Ce sera la référence des temps : $t_0 = t'_0 = 0$.
- Décollage de F_2 aux temps t'_r et t_r mesurés dans \mathcal{R} et \mathcal{R}' respectivement.
- La fusée F_2 rattrape F_1 aux temps t et t' mesurés dans \mathcal{R} et \mathcal{R}' respectivement.

- a- Exprimer le retard pris par le second vaisseau, mesuré dans chacun des référentiels \mathcal{R} et \mathcal{R}' .
- b- Exprimer le temps auquel le second vaisseau rattrape le premier, mesuré dans chacun des référentiels \mathcal{R} et \mathcal{R}' .

Dans la suite, on ne s'intéressera qu'aux résultats mesurés dans le référentiel \mathcal{R}' de la fusée F_1 .

- c- Calculer le temps $\Delta t'$ de parcours mis par le second vaisseau pour rattraper le premier,
- d- Quelle est la trajectoire de F_2 ? Quelle distance a parcouru F_2 entre les deux décollages ? Quelle est la distance D parcourue par F_2 au cours de son voyage pour rejoindre F_1 ?
- e- En déduire l'expression de la vitesse v'_2 de F_2 . Simplifier au maximum et vérifier que l'on retrouve bien la loi relativiste de composition des vitesses :

$$v'_2 = \frac{v_2 - v_1}{1 - v_1 v_2 / c^2}$$

1. En pratique, l'horloge du récepteur n'est pas assez précise et il n'est possible de la synchroniser précisément avec celles des satellites, mais l'utilisation de plusieurs satellites permet de lever ce problème

2. Note : en pratique, des effets de relativité générale interviennent aussi. Ils sont du même ordre de grandeur (voire plus importants) et doivent être pris en compte.