

Examen de Rayonnement

Partie II : processus radiatifs

mercredi 15 Décembre 2016

Aucun document autorisé

On rappelle les valeurs numériques des constantes fondamentales suivantes (en unités cgs) :

- constante de Planck : $h = 6.7 \times 10^{-27}$ erg s.
- énergie : $1 \text{ erg} = 6.2 \times 10^{11}$ eV.
- énergie de masse d'un électron $m_e c^2 = 511$ keV
- section efficace Thomson $\sigma_T = 6.65 \times 10^{-25}$ cm²

1 Émission Bremsstrahlung (5min)

- 1.1) Le rayonnement bremsstrahlung provient des collisions Coulombiennes entre les électrons et les ions d'un plasma ionisé. Le mouvement des électrons est dévié par la force électrostatique des ions. Les électrons ont donc une trajectoire accélérée. Ils sont chargés. Donc, ils émettent.
- 1.2) Le spectre bremsstrahlung est un spectre plat. Son amplitude est proportionnelle à $Z^2 n^2 / T^{1/2}$. Il s'étend jusqu'à l'énergie maximal $k_B T$.
- 1.3) La puissance totale, intégrée sur toutes les énergies est en $Z^2 n^2 T^{1/2}$.

2 Collisions de particules (5min)

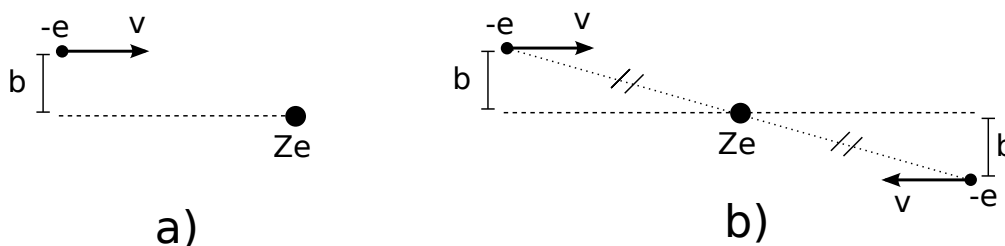


FIGURE 1 – Collisions à 2 et 3 corps.

- 2.1) Dans le cas b), la symétrie est telle que le moment dipolaire $\vec{d} = \sum q_i \vec{r}_i$ est constant. Dans l'approximation du dipôle, l'émission totale d'un ensemble de particule est proportionnelle à \dot{d}^2 . En l'occurrence ici, c'est nul. Au contraire, le cas a) possède un moment dipolaire variable et génère donc une émission non nulle.
- 2.2) Pour appliquer l'approximation dipolaire, il faut que les particules soient non relativistes, et qu'on observe l'émission depuis très loin (en comparaison de la taille du système).

3 Cascades électromagnétiques (40 min)

Diffusions Compton

3.1) Pour un gaz isotrope de photons et d'électrons, le régime Thomson est obtenu en moyenne tant que $E_e E_\gamma < (m_e c^2)^2$. Dans notre cas, cette approximation s'avère valide tant que $E_e < (m_e c^2)^2 / E_{\text{cmb}} = 511000^2 / 6.3 \times 10^{-4} \text{ eV} = 400 \text{ TeV}$. Ce sera bien le cas dans ce problème.

3.2) En régime Thomson, le facteur d'amplification est $A \approx \gamma^2$ si bien que $E_\gamma = E_{\text{cmb}} E_e^2 / (m_e c^2)^2$.

3.3) Les photons primaires à $E_{\gamma,0} = 10^{14} \text{ eV}$ produisent des leptons d'énergie $E_{e,1} = E_{\gamma,0}/2 = 50 \text{ TeV}$. Eux mêmes produisent par diffusion Compton des photons gamma à une énergie $E_{\gamma,1} = E_{\text{cmb}} E_{e,1}^2 / (m_e c^2)^2 = 6 \text{ TeV}$. Ces photons produisent des leptons d'énergie $E_{e,2} = E_{\gamma,1}/2 = 3 \text{ TeV}$ qui eux-mêmes produisent des photons d'énergie $E_{\gamma,2} = E_{\text{cmb}} E_{e,2}^2 / (m_e c^2)^2 = 20 \text{ GeV}$. Ces photons ne sont pas assez énergétiques pour s'annihiler. Et dans ce cas, la cascade se limite à 2 générations en plus des photons primaires.

Refroidissement des électrons

3.4) Lors d'une unique diffusion, un électron perd l'énergie que gagne le photon, c'est à dire $\delta E = (A - 1)E_{\text{cmb}} \approx AE_{\text{cmb}} = (E_e/m_e c^2)^2 E_{\text{cmb}}$.

3.5) Par définition de la section efficace, le nombre d'interactions entre 2 espèces par unité de volume est $dn/dt = v_{12} \sigma n_1 n_2$. Ici, la vitesse relative est la vitesse de la lumière $v_{12} = c$. La section efficace Compton est constante et vaut σ_T . L'espèce 1 est celle des photons. Et le nombre d'interaction par électron est $dn/dt/n_e$, si bien que $dN/dt = c \sigma_T n_{\text{cmb}}$. La perte d'énergie par unité de temps d'un électron est donc : $dE_e/dt = -\delta E (dN/dt) = -c \sigma_T n_{\text{cmb}} E_{\text{cmb}} E_e^2 / (m_e c^2)^2 = -\alpha E_e^2$, avec $\alpha = c \sigma_T n_{\text{cmb}} E_{\text{cmb}} / (m_e c^2)^2$

3.5) En appliquant la formule donnée, on trouve :

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dE_\gamma} &= 2 \left(\frac{dN}{dt} \right) \left(\frac{dE_\gamma}{dE_e} \right)^{-1} \left(\frac{dE_e}{dt} \right)^{-1} \\ &= 2 (c \sigma_T n_{\text{cmb}}) (2 E_{\text{cmb}} E_e / (m_e c^2)^2)^{-1} (c \sigma_T n_{\text{cmb}} E_{\text{cmb}} E_e^2 / (m_e c^2)^2)^{-1} \\ &= (m_e c^2)^4 / (E_{\text{cmb}}^2 E_e^3) \\ &= (m_e c^2)^4 / (E_{\text{cmb}}^2 (E_\gamma (m_e c^2)^2 / E_{\text{cmb}})^{3/2}) \\ &= m_e c^2 E_{\text{cmb}}^{-1/2} E_\gamma^{-3/2} \end{aligned}$$

En log-log, il s'agit d'une droite de pente $-3/2$ qui s'étend jusque $E_\gamma = 6 \text{ TeV}$.

Rayonnement synchrotron

Le milieu cosmologique dans lequel se développent les cascades est vraisemblablement magnétisé. Le champ magnétique intergalactique est mal connu, mais il est probable que sa densité d'énergie soit inférieure à $B < 10^{-10} \text{ G}$.

3.8) La puissance Compton totale est $P_c \propto U_{\text{cmb}} E_e^2$. Pour le synchrotron c'est $P_s \propto U_B E_e^2$. Ici, $U_B = B^2 / (8\pi) \leq 4 \times 10^{-22} \text{ erg/cm}^3$. C'est plus de 10 ordres de grandeur plus faible que le refroidissement Compton. On peut donc le négliger.

3.9) le spectre synchrotron pique à une énergie $h\nu_c = \gamma^2 h\nu_s \propto \gamma B$. Ici, $\gamma = 50 \times 10^{12} / 511 \times 10^3 = 10^8$. Ces électrons émettent donc à une énergie typique $10^{-8} * (10^8)^2 * 10^{-10} = 10^{-2} \text{ eV}$. Il s'agit de photons UV.