Processus de Rayonnement

Correction

1 Effet Sunyaev-Zel'dovich

1.1 Émission Bremsstrahlung

1. Les particules chargées en mouvement accélérées émettent de la lumière. L'émission Bremsstrahlung est un cas particulier de cette loi, dans lequel le mouvement accéléré résulte de la déviation des électrons dans le champ électro-statique des protons au repos.
2. La puissance émise est proportionnelle à la densité des électrons, la densité des protons, et croît avec la température. Au bilan : $\partial P/\partial V \propto n_e^2 T_e^{1/2}$.
3. Les protons, très lourds ne sont beaucoup moins accélérés que les électrons (dans un facteur m_e/m_p). Or, la puissance est proportionnelle à l'accélération au carré. Les protons émettent donc beaucoup moins que les électrons (dans un rapport $m_e^2/m_p^2 \approx 10^6$).
4. Un spectre typique d'émission Bremsstrahlung est plat pour $h\nu << k_B T_e$ et coupe exponentiellement en $h\nu \approx k_b T_e$. La puissance spectrale dans le régime plat est proportionnelle à $T_e^{-1/2}$.
5. Des photons au keV correspondent à du rayonnement X.
6. La température est donc directement donnée par l'énergie de la coupure du spectre. Et donc : $k_B T_e \approx 1 - 10$ keV et $\theta_e \approx 5/511 = 10^{-2}$. Il s'agit d'un gaz non-relativiste.

1.2 Diffusion Compton

7. La diffusion Compton est l'interaction entre des photons et des électrons. Le cas particulier de la diffusion Compton inverse correspond au cas d'un électron énergétique interagissant avec un photon de basse énergie. Dans ce cas, l'électron cède de l'énergie au photon, ce qui le refroidit légèrement alors que le photon peut typiquement augmenter son énergie d'un grand facteur.
8. Il existe deux régime de diffusion : le régime classique dit de Thomson lorsque $\gamma h\nu/(m_E c^2) << 1$ et le régime quantique dit de Klein-Nishina dans le cas contraire. Dans le repère de l'électron, les diffusions dans le régime Thomson sont quasi-isotropes et ne changent pas l'énergie du photon incident, alors qu'elles sont fortement anisotropes (vers l'avant) et changent significativement l'énergie du photon incident dans le régime Klein-Nishina.
9. Le gaz étant non-relativiste (on peut vérifier que $\beta^2 \approx v_{th}^2/c^2 = k_B T/m_e c^2 = \theta_e << 1$), le facteur de Lorentz des particules est $\gamma = 1$. D'autre part, les photons du CMB on en moyenne un énergie qui correspond à la température du corps noir, c'est à dire $k_B T_0$. Le critère $\gamma\theta_e << 1$ est donc très largement satisfait et les diffusion s'effectuent dans le régime Thomson.
10. Le facteur d'amplification en régime Thomson est $A \approx \gamma^2 \approx 1 + \beta^2 = 1 + \theta_e$, ce qui est très proche de 1 car $\theta_e << 1$.
11. Si on suppose que l'énergie n'a pas trop changé au cours de la traversée de l'amas, on peut dire que la variation d'énergie est τ_T fois la variation d'énergie lors d'une unique diffusion : $\delta E = \tau_T E_0(A-1) = \tau_T E_0 \theta_e$. Et donc : $y = \tau_T \theta_e << 1$.
12. Le paramètre τ_T est la profondeur optique Thomson. Il vaut : $\tau_T = n_e \sigma_T L$.
13. Les photons observés avec une énergie $h\nu$ possédaient un énergie $h\nu_0 = h\nu/(1+y)$ avant diffusion. Le spectre diffusé est donc :

$$
\begin{aligned}
I_\nu &= \frac{2(1+y)^{-3} h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/(1+y)/k_B T_0} - 1} \\
&= (1+y)^{-3} \frac{2h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \\
&= \frac{B_\nu(T)}{(1+y)^3}
\end{aligned}
$$

avec $T = (1+y)T_0$. On voit que la température typique est décalée d'un facteur $\delta T/T_0 = ((1+y)T_0 - T_0)/T_0 = y << 1$ et que l'intensité est diminuée d'un facteur $(1+y)^3$ par rapport à un corps noir normal.

14.

$$\begin{aligned}
\delta I_\nu &= \frac{2(1+y)^{-3}h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/(1+y)/k_BT_0}-1} - \frac{2h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/k_BT_0}-1} \\
&= \frac{2(1-3y)h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/k_BT_0}(1-yh\nu/k_BT_0)-1} - \frac{2h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/k_BT_0}-1} \\
&= (1-3y)\frac{2h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/k_BT_0}-1}(1+\frac{yh\nu/k_BT_0e^{h\nu/k_BT_0}}{e^{h\nu/k_BT_0}-1}) - \frac{2h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/k_BT_0}-1} \\
&= yB_\nu(T_0)\left(\frac{h\nu}{k_BT_0}\frac{e^{h\nu/k_BT_0}}{e^{h\nu/k_BT_0}-1} - 3\right)
\end{aligned}$$

On voit que δI_ν est proportionnel à y. À basse énergie, ce spectre relatif est équivalent à $-2B_\nu < 0$ qui tend vers zéro par valeur négative, et à haute fréquence, il est équivalent à $(h\nu/k_BT_0)B_\nu > 0$ qui rend vers zéro par valeur positive. Entre les deux, δI_ν doit donc s'annuler. Ce qui est bien ce qu'on observe sur la Fig. 1.

15. L'amplitude est proportionnelle à y. On peut donc mesurer le spectre dans la direction d'un amas, puis poins de cet amas, calculer la différence et en déduire la valeur de y.
16. On a vu que $y = \tau_T\theta_e = \sigma_T n_e L\theta_e$. Donc, $n_e = y/\sigma_T/L/\theta_e = 5\times10^{-4}\text{cm}^{-3}$.
17. *Facultatif :* Lorsqu'il y a des perturbations de température, le spectre reste un spectre de corps noir. Sa température change, mais sa norme continue de suivre loi d'un corps noir, ce qui n'était pas le cas du spectre diffusé. Notamment, le spectre $B_\nu(T)$ reste toujours plus fort que le spectre $B_\nu(T_0)$ lorsque $T > T_0$. La différence δI_ν est donc toujours positive. Des mesures dans plusieurs bandes permettent donc de distinguer ces deux effets.