

Accélérateurs de particules et Rayonnement

BE rayonnement : partie II

Documents autorisés (pour cette partie seulement)

Mercredi 5 Novembre 2014

Les accélérateurs de particules sont très utilisés comme source de rayonnement pour diverses expériences. Plusieurs types d'appareils sont utilisés pour produire ce rayonnement, en particulier les *aimants de courbure* et les *onduleurs/wigglers*.

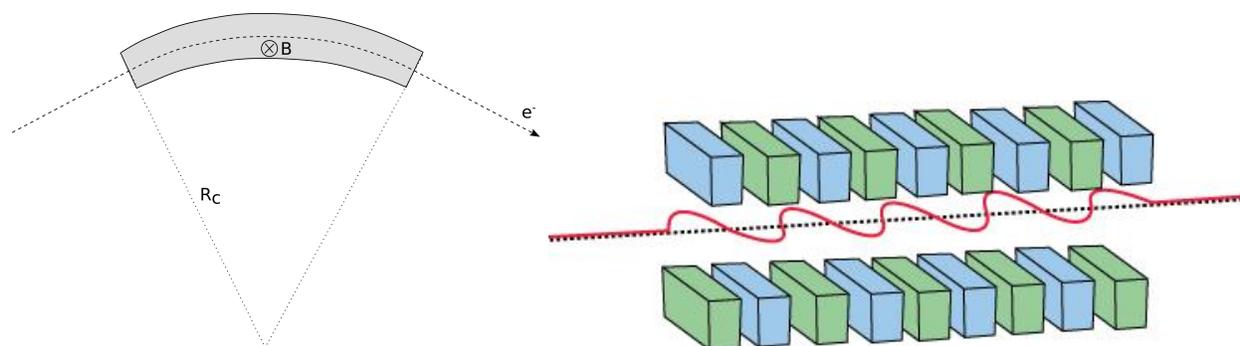


FIGURE 1 – À gauche : aimant de courbure (en gris) de rayon de courbure R_c , d'intensité B , et trajectoire d'un électron e^- . À droite : onduleur/wiggler avec sa succession de pôles Nord et pôles Sud magnétiques de chaque côté de la trajectoire

Attention, tout ce problème est énoncé en **unités du SI** (et non cgs comme dans le cours).

Données :

- énergie au repos de l'électron $m_e c^2 = 511 \text{ keV}$
- charge et masse de l'électron : $-e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ et $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
- vitesse de la lumière : $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$
- La force de Lorentz et la fréquence de Larmor en SI s'obtiennent à partir de leurs homologues en cgs en remplaçant $B(\text{Gauss})$ par $cB(\text{Tesla})$.
- L'expression de la puissance rayonnée par une particule chargée et le rayon classique de l'électron s'obtiennent en SI en remplaçant la charge q^2 par $q^2/(4\pi\epsilon_0)$ dans la formule en cgs.
- Les application numériques se feront pour l'accélérateur SOLEIL qui accélère des électrons jusque des énergies de $E = 2.75 \text{ GeV}$.

1 Énergie

- 0) Le facteur de Lorentz est : $\gamma = E/(m_e c^2) = 2.75 \times 10^6 \text{ keV}/511 \text{ keV} = 5400$. Ces électrons sont ultra-relativistes.

2 Aimants de courbure

- 1) Le rayon de courbure est : $R_c = v/\omega_B = mc\gamma/(qB) = 9.1 \times 10^{-31} * 3.0 \times 10^8 * 5400 / 1.6 \times 10^{-19} / 1.75 = 5.2 \text{ m}$.
- 2) La puissance émise est : $P = (q^2/6\pi\epsilon_0)a^2\gamma^4/c^3 = (q^2/6\pi\epsilon_0)\gamma^4(v\omega_B)^2/c^3 = q^4 B^2 \gamma^2 / (6\pi\epsilon_0 m_e^2 c)$

- 3) Les particules étant relativistes, leur rayonnement est confiné dans la direction de propagation, dans un mince cône d'ouverture $\sim 1/\gamma$. Il faut donc placer les expériences de manière tangente à la trajectoire...
- 4) Ce n'était pas demandé, mais la démonstration est la même que dans le cours pour le synchrotron : $\Delta t = t_2^a - t_1^a = (t_2 + D/c) - (t_1 + D/c + dl/c) = dl/v - dl/c = dl/c(1 - \beta) \approx dl/c/2/\gamma^2 = (R_c/\gamma)/c/2/\gamma^2 = (mc\gamma/(qB)/\gamma)/c/2/\gamma^2 = m/(qB)/\gamma^2/2$. Le spectre d'émission pique à $\nu \sim 1/\delta t$, soit $h\nu = 2\gamma^2 hqB/m = 2 * 5400^2 * 6.6 \times 10^{-34} * 1.6 \times 10^{-19} / 9.1 \times 10^{-31} = 6.8 \times 10^{-15} \text{J} = 40 \text{keV}$. Il s'agit de rayons X.
- 5) L'énergie totale est simplement $\mathcal{E} = P\Delta t$, ce n'est pas forcément la peine de s'embêter plus. Cette question sera réutilisée plus tard...

2.1 Onduleurs et wigglers

$$\vec{B} = B \cos(k_u x) \vec{e}_z$$

Trajectoires

- 6) La force de Lorentz ne travaille pas. Elle ne modifie donc pas l'énergie de la particule, ni sa vitesse, ni son γ .
- 7) L'équation de la trajectoire est $d\vec{p}/dt = q\vec{v} \times \vec{B}$. Verticalement, il n'y a pas de force, si bien que la trajectoire de l'électron est confinée au plan horizontal (x, y) . Dans ce plan : $a_x = v_y \frac{qB}{\gamma m}$, $a_y = -v_x \frac{qB}{\gamma m}$. Dans la suite, on va se concentrer sur le cas où $v_y \ll c$, si bien que la force selon x est très faible et v_x reste de l'ordre c .

Puissance totale émise

- 8) L'accélération quadratique moyenne transverse est $\langle a_y^2 \rangle = c^2 \frac{q^2 \langle B^2 \rangle}{\gamma^2 m_e^2}$.
- 9) Et la puissance moyenne est donc : $P = q^4 \langle B^2 \rangle \gamma^2 / (6\pi\epsilon_0 m_e^2 c)$.
- 10) C'est la même puissance, ce qui n'est pas étonnant, c'est quasiment la même situation : un électron dans un champ magnétique.

Distribution angulaire de l'émission

- 11) $dv_y/dt = -c \frac{qB}{\gamma m} \cos k_u ct$ et donc : $v_y = -\frac{K}{\gamma} \sin(k_u ct)$.
- 12) l'Angle de déflexion maximale est : $\tan \theta_d = |v_y/v_x| = K/\gamma \ll 1$ et donc $\theta_d \approx K/\gamma$.
- 13) $K \ll \gamma$ est équivalent à $(\frac{B}{\text{T}}) \ll \gamma/0.934 / (\frac{\lambda_u}{\text{cm}}) = 5400/0.934/2 = 2900 \text{ T}$. Y'a de la marge!!
- 14) L'angle d'ouverture du cône d'émission local est $1/\gamma$. Pour les onduleurs, $K \ll 1$ donc $\theta_d = K/\gamma \ll 1/\gamma = \theta_c$ alors que pour les Wigglers : $\theta_d = K/\gamma \gg 1/\gamma = \theta_c$.
- 15) Pour les onduleurs, l'angle balayé par le faisceau est dominé par l'angle d'ouverture du cône local, alors que pour les wigglers, il est dominé par l'angle de déflexion. Lorsqu'on regarde dans l'axe de l'appareil, pour les wigglers, on voit apparaître et disparaître le cône à chaque période, alors que pour les onduleurs, on voit constamment le faisceau.
- 16) Le signal électrique des wigglers est donc une succession de pulses et le spectre est un spectre discret qui pique à la l'inverse de la largeur du pulse (cf synchrotron). Le signal électrique des onduleurs est une fonction presque sinusoïdale, on voit donc surtout une raie à une fréquence donnée qui dépend de k_u (en fait, il ne s'agit pas exactement de la fréquence $k_u c$ car il y a des problèmes d'effet Doppler et de changement de repère, mais ça va quand même dépendre de cette fréquence spatiale.),
- 17) Dans les wigglers, on voit $2N$ fois le faisceau avant que l'électron ne ressorte (où N est le nombre de périodes du wiggler). L'énergie déposée est donc $\mathcal{E} = P\Delta t = 2NP\delta t$ où δt est le temps pendant lequel le faisceau est vu une fois. La puissance étant la même pour un aimant et un wiggler de même $\langle B^2 \rangle$ et le temps pendant lequel on voit le cône étant le même, l'énergie déposée est exactement $2N$ fois plus grande avec un wiggler.