

Accélérateurs de particules et Rayonnement

Documents interdits pour la première partie.
Documents autorisés pour la seconde partie.

Mercredi 5 Novembre 2014
Durée : 2h30

1 PARTIE II. : Processus de rayonnement

Attention, le problème suivant est intégralement énoncé en **unités du système international (SI)** (et non cgs comme dans le cours). Les réponses devront également être données en unités du SI.

Les accélérateurs de particules sont très utiles comme source de rayonnement pour diverses expériences. Plusieurs types d'appareils y sont utilisés pour produire ce rayonnement, en particulier les *aimants de courbure* et les *onduleurs/wigglers*.

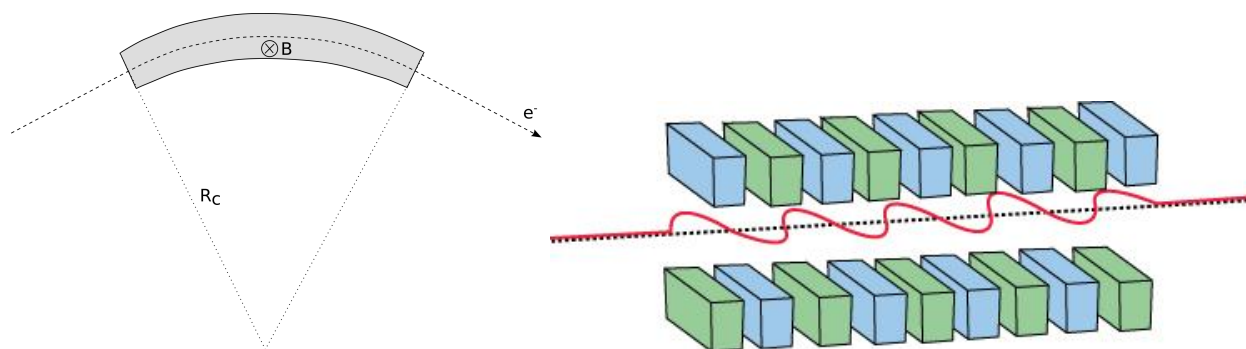


FIGURE 1 – À gauche : vue schématique d'un aimant de courbure (en gris) de rayon de courbure R_c , d'intensité B , et trajectoire d'un électron e^- d'y déplaçant. À droite : onduleur/wiggler avec sa succession de pôles Nord et pôles Sud magnétiques de par et d'autre de la trajectoire

Données :

- Unités d'énergie : $1 \text{ J} = 6.2 \times 10^{15} \text{ keV}$
- Énergie au repos de l'électron $m_e c^2 = 8.2 \times 10^{-14} \text{ J} = 511 \text{ keV}$
- Charge et masse de l'électron : $-e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ et $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
- Vitesse de la lumière : $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$
- Constante de Planck : $h = 6.6 \times 10^{-34}$
- La force de Lorentz et la fréquence de Larmor s'obtiennent en SI à partir de leurs homologues en cgs, en remplaçant $B(\text{Gauss})$ par $cB(\text{Tesla})$.
- L'expression de la puissance rayonnée par une particule chargée et le rayon classique de l'électron s'obtiennent en SI à partir de leurs homologues en cgs, en remplaçant la charge q^2 par $q^2/(4\pi\epsilon_0)$.
- Les application numériques se feront pour l'accélérateur SOLEIL qui accélère des électrons jusque des énergies de $E = 2.75 \text{ GeV}$ et utilise des aimants de courbure d'intensité $B = 1.75 \text{ T}$.

1.1 Énergie

- 0) Quel est le facteur de Lorentz γ des électrons dans SOLEIL ?

1.2 Aimants de courbure

Les aimants de courbure sont les aimants qui servent à courber et fermer la trajectoire des particules (voir Fig. 1, à gauche).

- 1) Quel est le rayon de courbure R_c de la trajectoire d'un électron relativiste de facteur de Lorentz γ traversant un aimant de courbure d'intensité B ? Calculer ce rayon de courbure des électrons dans l'expérience SOLEIL.
- 2) Donner l'expression de la puissance totale émise par un électron de γ donné traversant un aimant de courbure d'intensité B .
- 3) Dessiner la trajectoire d'un électron relativiste dans un aimant de courbure et y représenter la distribution angulaire de l'émission en un point de la trajectoire. Où doit-on placer une expérience pour utiliser efficacement le rayonnement produit?
- 4) On donne que le temps typique pendant lequel une expérience est éclairée est : $\delta t \approx m_e/(2\gamma^2 qB)$. En déduire l'énergie typique $h\nu$ à laquelle sont émis les photons. À quelle gamme du spectre correspond cette énergie dans SOLEIL?
- 5) En déduire également l'expression de l'énergie totale \mathcal{E} déposée sur cette expérience.

1.3 Onduleurs et wigglers

Les onduleurs et wigglers sont des appareils insérés sur les parties rectilignes de la trajectoire des particules. Ils sont constitués d'une succession d'aimants dipolaires espacés avec distance $\lambda_u/2$, et de polarité alternée (voir Fig. 1 à droite). Dans la suite, la direction longitudinale est repérée par l'axe x . En bonne approximation, cette série d'aimants produit un champ magnétique vertical (selon z) d'intensité sinusoïdale, de période spatiale λ_u , et de fréquence spatiale $k_u = 2\pi/\lambda_u$:

$$\vec{B} = B \cos(k_u x) \vec{e}_z$$

Trajectoires

- 6) Justifiez que, lors de la traversée d'un onduleur/wiggler, l'énergie, le facteur de Lorentz γ et le module de la vitesse v d'un électron sont conservés exactement.
- 7) Écrire l'équation du mouvement relativiste dans un aimant de courbure et en déduire que la trajectoire de l'électron est confinée au plan horizontal (x, y). Exprimer les composantes de l'accélération \vec{a} .

Dans la suite, on ne s'intéressera qu'à des particules ultra-relativistes, pour lesquels : $v_x \approx c$. Pour ces particules, on a nécessairement $v_y, v_z \ll c$, si bien que dans la suite, on supposera $x \approx ct$.

Puissance totale émise

- 8) Calculer l'accélération quadratique moyenne transverse $\langle a_y^2 \rangle$ sur une période.
- 9) En déduire la puissance totale émise à chaque instant par un électron dans un onduleur ou un wiggler, et l'exprimer en fonction du champ magnétique quadratique moyen $\langle B(x)^2 \rangle$.
- 10) Comparer cette puissance à la puissance émise par la même particule dans un aimant de courbure de même champ magnétique moyen.

Distribution angulaire de l'émission

- 11) On suppose que la particule rentre dans l'appareil une vitesse $v_y = 0$. Intégrer une fois l'équation du mouvement et donner l'expression de la vitesse perpendiculaire $v_y(t)$ en fonction du *paramètre de déflexion magnétique* :

$$K = \frac{\nu_L \lambda_u}{c} = 0.934 \left(\frac{\lambda_u}{1\text{cm}} \right) \left(\frac{B}{1\text{T}} \right)$$

où ν_L est la fréquence de Larmor non relativiste.

- 12) Montrer que K/γ correspond à l'angle maximal de déflexion de la trajectoire θ_d par rapport à la direction longitudinale.
- 13) Les onduleurs et wigglers fonctionnent pour de faibles déflexions : $K/\gamma \ll 1$. Dans l'expérience SOLEIL, les paires d'aimants sont espacés de $\lambda_u = 2$ cm. Quel champ magnétique B_{\max} serait nécessaire pour sortir de l'hypothèse de faible déflexion? Commenter.
- 14) On distingue les onduleurs ($K \ll 1$) des Wiggler ($K \gg 1$) par la valeur de leur paramètre K . Pour chacun de ces deux types d'appareil, comparer l'angle de déflexion θ_d avec l'angle d'ouverture θ_c du cône d'émission de la particule.

- 15) Dans les deux cas, faire un dessin représentant la trajectoire des électrons dans le plan (x, y) et la distribution angulaire d'émission en plusieurs points de la trajectoire. Que vaut θ_f , l'angle **total** d'ouverture de la zone éclairée par le faisceau. Montrer qu'un observateur dans l'axe de l'appareil observe une succession de pulses dans les wigglers et une émission plus continue dans les onduleurs.
- 16) En déduire l'allure qualitative du spectre dans chacun des deux cas.
- 17) Sans calcul, montrer que, dans un wiggler contenant N_u périodes magnétiques, l'énergie totale déposée par un électron sur un détecteur placé dans l'axe est exactement $2N_u$ fois plus intense que celle mesurée au voisinage d'un aimant de courbure de même champ magnétique moyen.