

I N T R O D U C T I O N A L ' A S T R O P H Y S I Q U E

INTRODUCTION A L'ASTROPHYSIQUE

LE SYSTÈME SOLAIRE
EVOLUTION STELLAIRE
LE MILIEU INTERSTELLAIRE
LA GALAXIE

Peter von Ballmoos
Centre d'Etude Spatiale des Rayonnements
Université Paul-Sabatier, Toulouse

merci aux étudiants du module "SMA10" : Agnès ALBERNY, Laure ATTIAS, Stéphane BARRIL, Marilyn BASSIERES, Elsa BRU, Cyril Dall'Ava, Philippe DALESSIO, Sébastien DEROUSSI, Alexandre DOTT, Stéphane DUMEYNIEU, Benoit DUC, Julien ELIES, M. FLATARD, Sébastien GOURGOT, Sylvain GUILLAUMET, Philippe LEGROS, Eric LLUSCA, Cécile MALMARY, Vincent MURON, Myriam MZALI, Franck RANERA, Pierre-Jean RAYNAL, Stéphane RESPAUD, Marc SOUCARET, Anne-Marie THENAILLE, Xavier THURIES, Brigitte TOME; et au CESR : Pierre FORTE, Christophe GALIAN, Jürgen KNÖDLSEDER, Carole LECINANA, Anne-Marie MOLY, Pascale RAMON; la cité de l'espace de Toulouse, et JFO, évidemment

1. A QUOI BON ETUDIER LES ASTRES ?

Il y a d'abord la simple curiosité scientifique qui voudrait répondre à des questions comme : Qu'est ce qui fait briller les étoiles ? Comment naissent-elles ? Combien de temps vivent-elles ? Qu'est ce qu'elles deviennent ? Et les planètes, pourquoi sont-elles si différentes les unes des autres ? Comment expliquer la formation du Système Solaire ? Quels sont les facteurs d'évolution d'une planète à l'autre, ... ?

Dans le passé, l'astronomie a mené à des découvertes fondamentales de la physique. Un exemple de première importance est la loi de la gravitation universelle trouvée par Newton en 1687. Avec la description de la force $F \sim m_1 m_2 r^{-2}$ qui règne entre deux corps distants de r et de masse respective m_1 et m_2 , Newton réalise la première "grande unification" entre différentes catégories de phénomènes: des phénomènes terrestres comme la chute d'une pomme tombant de l'arbre, et des phénomènes célestes comme la rotation de la Lune autour de la Terre. Ainsi Newton a montré que les mêmes lois régissent les mouvements dans le ciel comme sur la Terre : la chute d'un corps sur Terre (chez les anciens c'est le mouvement "rectiligne" avec un début et une fin) peut s'expliquer par la même loi que la rotation d'un corps céleste autour d'un autre (mouvement "circulaire, éternel, parfait" chez Aristote).

Il y a une multitude d'autres découvertes fondamentales qui ont été faites grâce à (- ou pour expliquer -) des observations d'objets célestes : depuis la première estimation de la vitesse de la lumière (Rømer 1676) jusqu'à la relativité générale (Einstein 1917) et aux raies spectrales dans la lumière du soleil (Fraunhofer 1814).

Et aujourd'hui, est-ce qu'il y a encore des motivations scientifiques pour étudier les astres ? Depuis la seconde guerre mondiale, les développements instrumentaux ont permis une vraie explosion de la connaissance du ciel. Pour la première fois, toute la gamme du spectre électromagnétique est aujourd'hui observée : L'astronomie radio a permis la détection de matière neutronique (pulsars), tandis que l'astronomie spatiale a révélé des sources infrarouges, UV, X et gamma etc. Quel intérêt par contre, d'étudier encore aujourd'hui les corps du système solaire ? Les planètes représentent qu'une infime partie - des poussières - par rapport au soleil. En fait, l'étude des autres planètes peut nous apprendre beaucoup sur l'évolution possible et la compréhension de notre propre planète. L'observation d'environnements planétaires, les recherches sur leur passé et leur devenir pourraient ainsi nous aider à préserver notre propre environnement des conséquences de nos "expériences" (pollution atmosphérique, ozone, effet de serre, explosions atomiques, essais nucléaires, pollution radioactive, ...)

A part l'intérêt purement scientifique, l'étude des astres a toujours eu un impact important sur le développement de notre société. La révolution Copernicienne - la grande dispute autour de la vision du monde et de notre place dans l'univers - en était une preuve importante: Un exemple est "l'Affaire Galilée" au début du 17ème siècle. Le réalisme scientifique d'un physicien (après avoir vu des montagnes sur la Lune, les phases de Vénus et quatre satellites en rotation autour de Jupiter) s'oppose aux vérités absolues (encore un "réalisme") de l'église catholique.

"La question suivante était : qu'est-ce qui fait tourner les planètes autour du Soleil ? Au temps de Kepler, il y avait des gens pour répondre qu'il y avait derrière chaque planète un ange battant les ailes et la poussant sur son orbite. Comme vous le verrez, cette réponse n'est pas très loin de la vérité. La seule différence est que les anges ont une autre position et battent des ailes vers l'intérieur de l'orbite."

R. Feynman, La nature de la physique

2. PRINCIPES PHYSIQUES

Quelles forces dictent les structures dans l'Univers, quelles énergies les transforment ? Une vue globale des structures que nous connaissons est donnée dans la figure 2.1 (voir aussi le paragraphe 7.3 dans l'annexe). Nous trouvons différents domaines de structuration (formes, disques, sphères de densité extrêmement variées) selon les forces fondamentales qui dominent aux différentes échelles. Un résumé de notre représentation des forces physiques est esquissé dans la figure 2.2. A travers toute l'astrophysique, ce sera très souvent l'équilibre entre la gravitation et les mouvements (électroniques, thermiques, orbites planétaires et stellaires) qui décidera de la stabilité, de l'aspect et de l'évolution d'une structure dans le cosmos.

Le système solaire à lui seul possède une vaste gamme de structures : d'abord le "domaine des formes" où les forces électromagnétiques entre atomes dominent. La transition entre "formes" et "sphères" est marquée par la domination de la gravitation par rapport aux forces interatomiques.

Pour tout ce domaine stabilisé par 'effets quantiques', les structures sont stables sans rotation macroscopique et même à $T \rightarrow 0$. Une énorme gamme de masse (depuis l'atome d'hydrogène jusqu'aux planètes géantes) correspond à ce domaine. Ceci est le domaine principal de la planétologie.

Les "systèmes planétaires" avec leurs anneaux et satellites, et le système solaire tout entier, évite l'effondrement grâce à l'énergie cinétique.

Dans la gamme des masses stellaires ($\sim 10^{30}$ à 10^{32} kg), le diagramme 2.1 révèle une abondance structurelle extraordinaire. Tandis que les étoiles, au cours des phases initiales et principales de leur vie, doivent leur stabilité à l'équilibre entre gravitation et mouvement thermique des particules de leur plasma, pendant les phases finales, elles sont équilibrées par l'énergie cinétique des électrons et finalement par celle des neutrons.

Dans ce chapitre nous allons essayer d'étudier la variété des structures et leurs tailles en fonction des quatre forces fondamentales.

L'évolution des astres peut être comprise comme une lutte entre la force statique de la gravitation, qui a tendance à changer une structure en l'effondrant, et le mouvement (orbital, thermique et quantique) qui s'oppose à l'effondrement en maintenant les structures.

2.0 STABILITE DE LA MATIERE ORDINAIRE

Dans la gamme des dimensions $\sim 10^{-10}$ m à $\sim 10^8$ m, les structures sont stables même à basse température et sans aucune rotation. Dans ce domaine, les corps sont faits de 'matière ordinaire' : la force qui résiste à la contraction gravitationnelle est due à la répulsion électromagnétique entre électrons sur les orbites extérieures d'atomes avoisinantes.

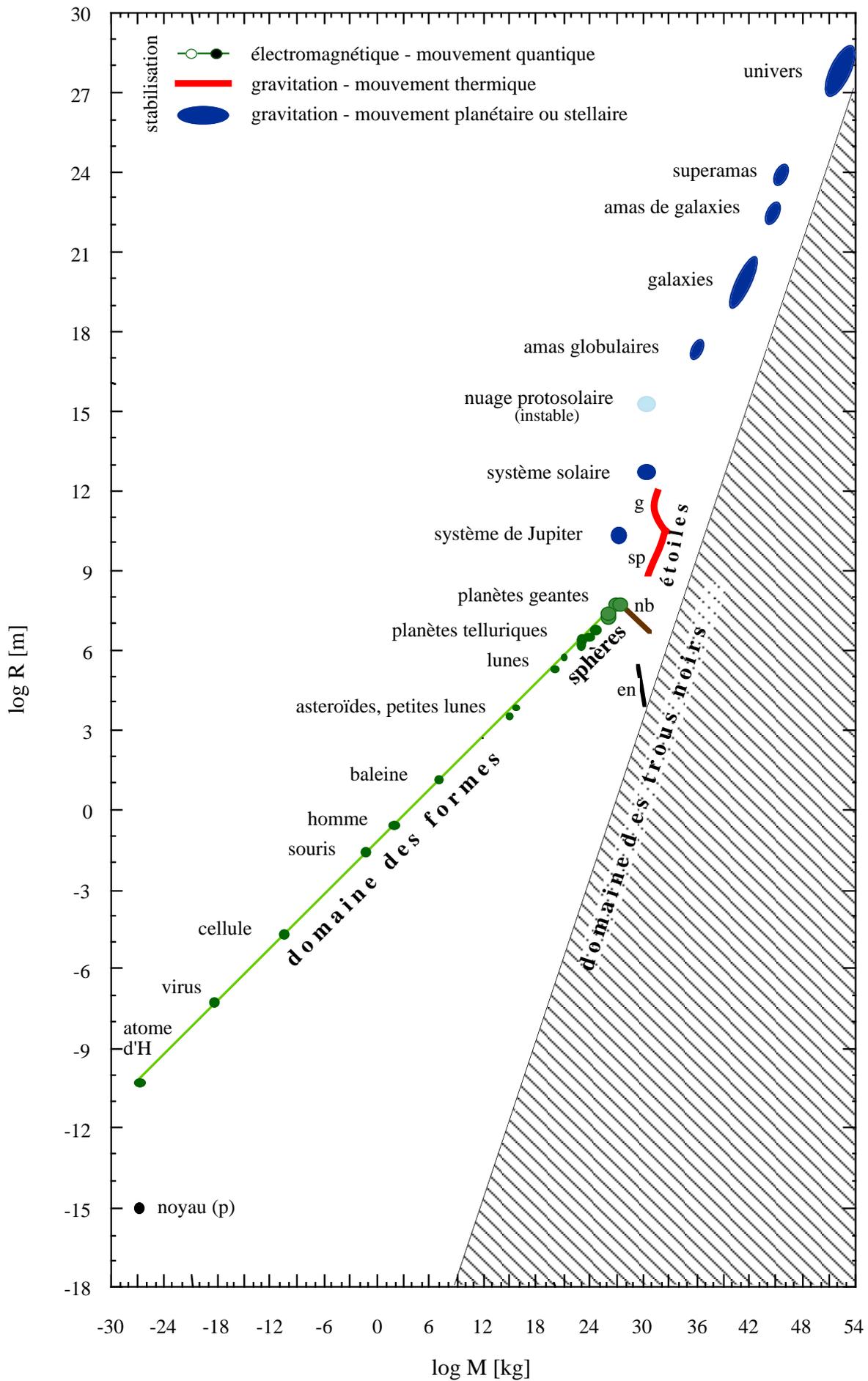


Fig. 2.1 diagramme masse-rayon des structures de l'univers; étoiles - sp : séquence principale, g : géantes, nb : naines blanches, en : étoiles à neutrons

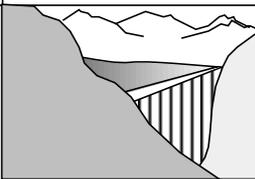
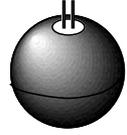
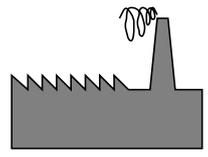
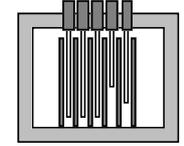
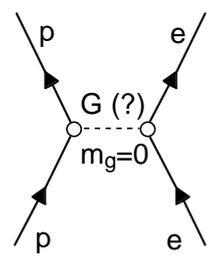
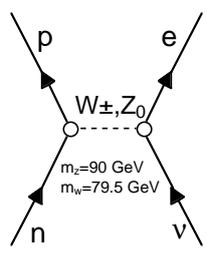
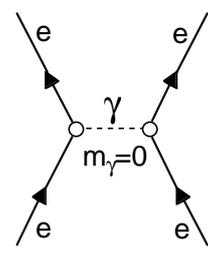
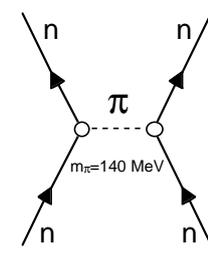
| | Gravitation | Interaction faible | Interaction électromagnétique | Interaction forte |
|---|---|--|---|---|
| description phénoménologique | $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ | ${}_{38}\text{Sr}^{90} \rightarrow {}_{39}\text{Y}^{90} + e^-$ | $C + O_2 = CO_2$ | ${}_{92}\text{U}^{235} + n \rightarrow {}_{36}\text{Kr} + {}_{56}\text{Ba} + 3n$ |
| phénomènes macroscopiques dans transformations énergétiques |  centrale hydraulique |  pile thermoélectrique avec isotope radioactif |  centrale thermique |  centrale nucléaire |
| portée | $1/r^2$ (∞) | $< 10^{-16}$ cm | $1/r^2$ ($< 10^{-7}$ cm) | $< 10^{-13}$ cm |
| intensité (constante de structure fine) | $\alpha_G = \frac{G\mu^2}{\hbar c} \approx 6 \cdot 10^{-39}$ | $\alpha_w = \frac{g_w^2}{\hbar c} \approx 10^{-13}$ | $\alpha = \frac{ke^2}{\hbar c} \approx 1/137$ | $\alpha_s = \frac{g_s^2}{\hbar c} \approx 15$ |
| échange de : phénomène fondamental | gravitons (?)  | bosons  $m_z=90$ GeV $m_w=79.5$ GeV | photons  $m_\gamma=0$ | pions  $m_\pi=140$ MeV |

Fig. 2.2 : les quatre interactions : phénomènes et représentations

La question de la stabilité de la matière ordinaire devient donc la question de la stabilité de l'atome - la densité de cette 'matière ordinaire' correspond au rapport masse/rayon³ des atomes qui sont en supposés être en contact (molécules, mailles cristallines).

Admettons que la stabilité de l'atome est due à l'équilibre entre l'attraction Coulombienne et le mouvement électronique, nous estimons ainsi la taille de l'atome (d'hydrogène) en mettant en équation ces deux forces.

L'énergie totale E d'un électron dans un puits de potentiel créé par un proton à $r = 0$ est

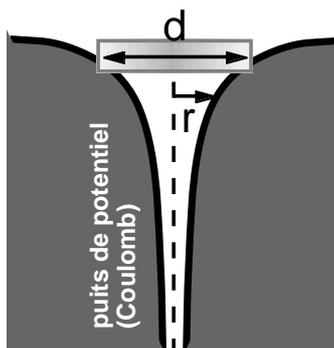
$$E = E_{\text{pot}} + E_{\text{cin}}$$

$$E_{\text{cin}} = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{p^2}{2m_e}$$

la quantité de mouvement p de l'e⁻ enfermé dans un volume de dimension d est estimé à l'aide de l'inégalité d'Heisenberg

$$\Delta p \cdot d \geq h \quad (h \text{ est la constante de Planck}) \text{ donc}$$

$$p \approx \frac{h}{2r}$$



$$E = \frac{-q^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{h^2}{8m_e r^2}$$

$$\text{pour } E \text{ minimale } \frac{dE}{dr} = 0$$

$$\frac{dE}{dr} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} - \frac{h^2}{4m_e r^3}$$

$$\frac{4\pi\epsilon_0 r^2}{q^2} = \frac{4m_e r^3}{h^2}$$

$$r = \frac{\pi h^2 \epsilon_0}{m_e q^2}$$

ceci correspond à peu près au rayon de Bohr¹.

¹ L'atome d'hydrogène de Bohr : un électron est en rotation autour d'un proton; on calcule l'équilibre entre force électrostatique et force centrifuge pour une orbite circulaire.

$$F_{\text{Coulomb}} = \frac{-q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{m v^2}{r} = F_{\text{centri}}$$

idée de Bohr : le moment angulaire L de l'électron est quantifié c.a.d.

$$L = mvr = n\hbar \Rightarrow v = n\hbar / mr$$

$$\text{rayons permis } r_n = n^2 \frac{4\pi\hbar^2 \epsilon_0}{m_e q^2}$$

$$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad \hbar = h/2\pi = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ AsV}^{-1}\text{m}^{-1}$$

$$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

orbite la plus étroite pour $n = 1$: rayon de Bohr r_1

$$r_1 = \frac{4\pi\hbar^2 \epsilon_0}{m_e q^2} = 0.529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Avec $d \approx 10^{-10}$ m et la masse du proton ($m_p \approx 1.6 \cdot 10^{-27}$ kg) la densité des corps froids bâtis avec de la 'matière ordinaire' (des atomes non-dégénérés) est de l'ordre $\rho \approx 10^3 - 10^4$ kg/m³.

Dans le domaine des objets de "notre monde" et jusqu'aux objets de la taille de la planète Jupiter, les corps sont construits d'atomes qui se comportent comme des petites sphères dures et inaltérables (correspondant au concept introduit par Démocrite, V siècle av. J.C., c'est le modèle de la matière du début de notre siècle). Dans la représentation $\log R / \log M$ de la fig 2.1 ces structures sont situées dans une bande étroite $R \sim M^{1/3}$ car $M = (4\pi/3) \rho R^3$.

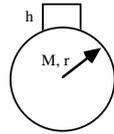
2.1 GRAVITATION & FORCES INTERATOMIQUES

Formes et Sphères

A quelle échelle y-a-t il transition du domaine des formes (les astéroïdes, lunes de Mars, comètes etc.) au domaine des sphères (planètes et grandes lunes) ? Pourquoi les satellites de Mars, Phobos et Deimos, ont une forme "patatoïdale" tandis que notre lune est à peu près sphérique. Nous allons voir que ceci est dû à la masse qui est plus importante dans le cas de notre lune. A partir d'une certaine masse, les formes géométriques quelconques ne sont plus possibles.

On estime d'abord la hauteur maximale d'une montagne sur une planète. Le Mont Everest a une altitude de 8.8 km tandis que "Olympus mons" sur Mars est à 27 km - pourquoi des montagnes comme ça n'existent-elles pas sur Terre ?

Approche simpliste : A sa base, une montagne doit être en équilibre hydrostatique. On connaît la pression limite typique dans un réseau cristallin de roches ($S \approx 3 \cdot 10^8$ Pa); au delà de cette pression, les roches commencent à "couler".



moyenne ρ des roches de la croûte, la pression à la base d'une montagne (hauteur h) s'écrit :

$$P_0 = g \rho h \quad 2.1$$

Pour que la montagne soit stable, il faut que

$$P_0 < S \text{ et donc } h < h_0 \quad 2.2$$

$$h_0 = \frac{S}{\rho g} = \frac{S r^2}{\rho G M} \text{ avec } g = GM/r^2 \quad 2.3$$

En supposant une densité moyenne de $\rho = 3000$ kg/m³ (croûte continentale de la Terre) nous obtenons pour la

- Terre : $g = 9.8$ m/s² ($r = 6400$ km, $m = 5.9 \cdot 10^{24}$ kg) ; $h_0 \approx 10$ km
- Mars : $g = 3.7$ m/s² ($r = 3400$ km, $m = 6.4 \cdot 10^{23}$ kg) ; $h_0 \approx 27$ km

Pour estimer la taille minimale r_m d'un astre, à partir de laquelle la forme sphérique devient prédominante par rapport aux déformations de la surface (c'est à dire : où la gravitation a pris le dessus sur les forces interatomiques), nous allons exiger que la taille r_m soit supérieure à la hauteur maximale d'une montagne h_0 . On suppose que la densité ρ reste constante à travers l'astre. En reprenant 2.3 nous exprimons la hauteur de la montagne h_0 par

$$h_0 = \frac{S r^2 \cdot 3}{\rho G \cdot 4\pi r^3 \rho} \text{ avec } M = 4\pi r^3 \rho / 3 \quad 2.4$$

$$h_0 \cdot r = \frac{3S}{G \cdot 4\pi \rho^2}$$

la limite r_m peut être estimée en fixant : $r = h_0 = r_m$

$$r_m^2 = \frac{3S}{4\pi \rho^2 G} \quad 2.5$$

Pour $r \gg r_m$, on sera très près de la forme sphérique. avec $S \approx 3 \cdot 10^8$ Pa, $\rho = 3000$ kg/m³ (lune), $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ Nm²kg⁻² => $r_m \approx 350$ km

2.2 GRAVITATION & FORCES D'INERTIE

L'aplatissement des corps célestes

A cause de la symétrie du potentiel gravitationnel $V = -GM/r$, une étoile ou une planète (assez massive; voir ci-dessus) devrait avoir une forme parfaitement sphérique. Or, il n'en est pas ainsi. Dû à la rotation propre de l'astre, un terme centrifuge vient modifier le potentiel U, ce terme dépend de la latitude ce qui explique la forme ellipsoïdale. (rappel : l'accélération centrifuge à un point P de la surface est $a_c = \omega^2 \cdot s$, où s est la distance radiale entre P et l'axe de rotation. $s = r \cos \phi$). La composante radiale de l'accélération $a_r = a_c \cos \phi$ s'ajoute à l'accélération de la gravité $a_g = GM/r^2$.

$$g = GM/r^2 - \omega^2 \cdot r \cdot \cos^2 \phi \quad 2.8$$

nous obtenons le potentiel gravitationnel par intégration

$$U = \int_{\infty}^r \{GM/r^2 - \omega^2 \cdot r \cdot \cos^2 \phi\} dr \quad 2.9$$

$$= V - \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \cos^2 \phi \quad 2.10$$

gravitation rotation

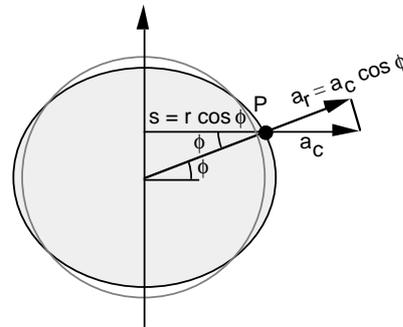


Fig 2.3 : forme et géopotential d'une planète

La surface de l'ellipsoïde à la latitude ϕ est perpendiculaire au vecteur de l'accélération $\mathbf{g} = -\text{grad } U$.

Sur Terre, le rayon équatorial est de 6379 km tandis que le rayon polaire est de 6357 km - la différence est de 22 km. L'aplatissement d'une planète peut être exprimé comme :

$$\frac{a-c}{a} = \text{rayon équatorial} - \text{rayon polaire} / \text{rayon équatorial} \quad 2.11$$

| | | |
|---|-------|-------------|
| = | 1/300 | sur Terre |
| = | 1/10 | sur Saturne |

La planète est d'autant plus aplatie qu'elle tourne vite. Saturne tourne plus vite que la Terre (elle tourne en 10h39 sur elle-même - pour un rayon qui est 9.5 fois celui de la Terre) .

Bien qu'une ellipsoïde de révolution soit la meilleure description pour la forme d'une planète, il y a des imperfections entre le modèle et la réalité pour certains corps du système solaire (en particulier les planètes telluriques, les satellites, et les petits corps rocheux). Le géopotential d'une planète réelle peut avoir une forme nettement plus compliquée à cause des influences des inhomogénéités visibles à la surface (p.e. montagnes, dépressions) mais aussi à l'intérieur (p.e. formations rocheuses massives sous les bassins océaniques de la Terre). Les géodésistes tiennent compte de ces inhomogénéités; ils mesurent et décrivent la forme des planètes qu'ils appellent géoïdes. Pourtant le géoïde n'est pas identique à la surface de la planète (la surface du géoïde peut être pensée comme surface océanique, étendue de façon fictive au-dessous des continents). Dans le cas de la Terre les différences entre ellipsoïde et géoïde sont de l'ordre de 20 à 30 m.

2.3 GRAVITATION DIFFERENTIELLE

Marées

Considérons un satellite (masse m , à une distance d) qui exerce une influence gravitationnelle sur une planète (masse M , rayon r).

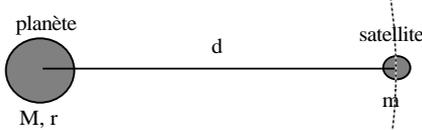


Fig. 2.4 a : les marées dans un système planète / satellite

Donc on a la représentation suivante pour les accélérations différentielles par rapport à O :

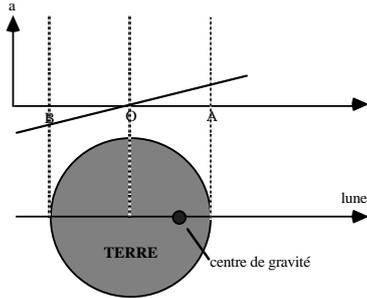


Fig. 2.4 b : gravitation différentielle par rapport à O

Les points A, O et B sont plongés dans le champ de gravitation du satellite tels que :

$$a_A = \frac{Gm}{(d-r)^2}, \quad a_0 = \frac{Gm}{d^2}, \quad a_B = \frac{Gm}{(d+r)^2} \quad 2.12$$

Les points A, O et B sont des points matériels, ils seront soumis à des accélérations différentes $a_A > a_0 > a_B$. Si du point O (correspondant au référentiel de la Terre qui est pensée rigide ici) on observe un point matériel A (p.e. une goutte d'eau de l'océan), alors celui-ci est soumis à une accélération par rapport à O, dite accélération différentielle:

$$\delta a_{A/O} = a_A - a_0 = \frac{Gm}{(d-r)^2} - \frac{Gm}{d^2} \approx -\frac{2Gmr}{d^3} \quad 2.13$$

[rôle de la rotation

- rotation de la planète sur elle-même : les marées se *superposent* à l'ellipsoïde de rotation => pas d'effet sur l'amplitude des marées;

- rotation du satellite/planète autour du centre de gravité commun : le satellite provoque une translation sur le centre de masse de la planète mais (au premier ordre) ne transfère aucun moment angulaire => pas d'effet sur l'amplitude des marées.]

Le système Terre/Lune

Le raisonnement ci-dessus montre que le champ d'accélération différentielle est au maximum suivant l'axe Terre/Lune. Donc c'est suivant cet axe que l'eau va s'accumuler le plus en formant *deux* "bourrelets d'eau". Assimilons ces deux bourrelets à des masses uniformes posées sur le fond des océans avec un coefficient de frottement non nul (côtes, fond des océans n'est pas lisse). La rotation de la Terre va entraîner ces bourrelets et décaler leurs axes de l'axe Terre/Lune (Fig 2.5). Chacune de ces masses est attirée par la Lune, créant 2 moments par rapport à l'axe. On sait que la Lune a une période de rotation de un mois alors que celle de la Terre est de 24 heures.

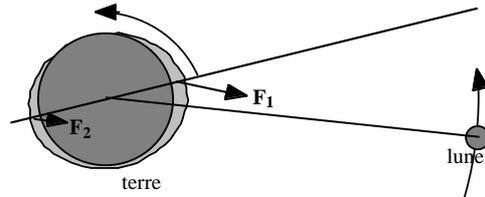


Fig. 2.5 : freinage de la rotation de la Terre par la Lune - accélération de la révolution de la Lune

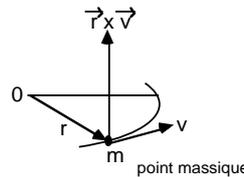
L'axe (M, m) est décalé par rapport à l'axe Terre/Lune d'un petit angle. Le moment angulaire créé par \vec{F}_2 est donc moteur tandis que le moment angulaire créé par \vec{F}_1 est frein. Or le moment \vec{F}_1 est toujours plus important que celui de \vec{F}_2 ($\vec{F}_1 / > \vec{F}_2 /$ car $d_1 > d_2$). Le moment total est frein - le mouvement de rotation de la Terre est donc ralenti.

Le ralentissement de la période de rotation a pu être confirmé par la mesure du nombre d'anneaux dans les coraux. Tandis qu'un corail contemporain produit 365 anneaux diurnes au cours d'un cycle annuel, on compte environ 400 anneaux diurnes dans les coraux du Dévonien (age $370 \cdot 10^6$ ans). A cette époque, la durée du jour était donc environ 22 h. De cette mesure on peut conclure que la longueur de la journée augmente de 2 ms par siècle (correspondant à 2 h en $370 \cdot 10^6$ ans).

Or dans un système isolé, l'énergie totale et le moment angulaire sont conservés. L'énergie de rotation est dissipée en énergie thermique dans les océans (où elle peut être exploitée dans des centrales marémotrices). Pour satisfaire le théorème de la conservation du moment angulaire, la Lune doit s'éloigner de la Terre.

Conservation du moment angulaire du système terre-lune (optionnel)

L'augmentation annuel du rayon de l'orbite lunaire peut se calculer en appliquant le théorème de la conservation du moment angulaire au système Terre-Lune. On connaît pour la Terre : masse M, rayon R, période de rotation T_t , ralentissement de T_t (2 ms par siècle); pour la Lune: masse m, rayon orbital r, période du mouvement orbital autour de la Terre T_l



rappel
moment angulaire :
 $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
 $= \vec{r} \times m\vec{v}$
 $= J\vec{\omega}$ avec $\omega = v/r$

moment d'inertie :
 $J = m r^2$
 $J_x = \iiint v (y^2 + z^2) dv$

(par rapport à un point O, axe x)

Dans le système Terre-Lune, nous définissons le moment d'inertie et le moment angulaire par rapport au centre de gravité commun, O.

$$J_l = m r^2 \quad \text{point massique (lune } m, r, \omega) \quad 2.14$$

$$l_l = J_l \omega_l \quad \text{avec } \omega_l = 2\pi/T_l \quad 2.15$$

$$J_t = \frac{2}{5} M R^2 \quad \text{sphère (terre } M, R, \omega) \quad 2.16$$

$$l_t = J_t \omega_t \quad \text{avec } \omega_t = 2\pi/T_t \quad 2.17$$

$$\Sigma l_i = \text{const.} \quad \text{conservation du moment angulaire}$$

$$\Rightarrow dl_i/dt = - dl_t/dt \quad 2.18$$

La diminution du moment angulaire de la Terre du au ralentissement de sa rotation *doit* être égal à l'augmentation du moment angulaire de la rotation de la Lune autour de la Terre.

$$\frac{dJ_l}{dt} \omega_l + J_l \frac{d\omega_l}{dt} = - \frac{dJ_t}{dt} \omega_t - J_t \frac{d\omega_t}{dt} \quad 2.19$$

Les quatre dérivées de 2.19 sont développés dans 2.20-2.23

$$\frac{dJ_l}{dt} \omega_l = \frac{d}{dt} (m r^2) \omega_l = 2 m r \omega_l dr/dt \quad 2.20$$

$$\begin{aligned} J_r \frac{d\omega_1}{dt} &= J_r \frac{d}{dt} \sqrt{MG/r^3} \quad (\text{avec } \omega_1 = \sqrt{MG/r^3}) \\ &= m r^2 \sqrt{MG} (-3/2) r^{-5/2} dr/dt \\ &= -\frac{3}{2} m \sqrt{MG/r} dr/dt \end{aligned} \quad 2.21$$

$$\frac{dJ_r}{dt} = 0 \quad 2.22$$

$$J_r \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{2}{5} MR^2 d\omega_1/dt \quad 2.23$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{-\frac{2}{5} MR^2 d\omega_1/dt}{2mr\omega_1 - \frac{3}{2} m \sqrt{MG/r}} \quad 2.24$$

Limite de Roche

Un satellite (masse m , rayon r) est soumis à l'accélération différentielle d'un corps central massif (masse M). A la distance d entre le satellite et l'astre, la force de cohésion gravitationnelle du satellite (pour des raisons de simplicité nous l'assimilons ici à 2 masses homogènes) ne sera plus suffisante pour maintenir son intégrité.

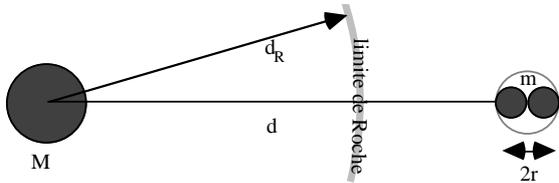


Fig 2.6 : configuration simplifiée pour le calcul de la limite de Roche

$$F_{co} = \frac{Gm^2}{4r^2} \quad \text{force de cohésion} \quad 2.25$$

$$F_{ma} = \frac{GmM}{\Delta d^2} \quad \text{force de marée} \quad 2.26$$

$$\begin{aligned} F_{ma} &= GmM \left(\frac{1}{(d+r)^2} - \frac{1}{d^2} \right) \\ &= GmM \frac{d^2 - (d^2 + 2dr + r^2)}{-(d^4 + 2d^2r^2 + r^4)} \quad (\text{avec } d \gg r) \\ &\approx GmM \frac{2r}{d^3} \end{aligned} \quad 2.27$$

$$F_{co} \geq F_{ma} \quad \text{condition de stabilité} \quad 2.28$$

$$\frac{Gm^2}{4r^2} \geq GmM \frac{2r}{dR^3} \quad 2.29$$

$$dR \geq \sqrt[3]{\frac{8Mr^3}{m}} \quad \text{avec } m = \frac{4\pi r^3}{3} \rho \quad 2.30$$

$$\geq \sqrt[3]{\frac{6M}{\pi\rho}} \quad 2.31$$

L'approximation émise sur le satellite (somme de 2 corps homogènes, forces de gravitation mais pas de forces centrifuges) est un peu éloignée de la réalité. Des calculs plus précis donnent :

$$dR \geq \sqrt[3]{\frac{11.1M}{\pi\rho}} \quad \text{Roche, 1850} \quad 2.32$$

Les anneaux principaux de Saturne étant à l'intérieur de la limite de Roche, on suppose qu'ils résultent de l'explosion d'un satellite ou - plus probable encore - qu'il n'a pas été possible qu'un satellite se forme au delà de cette limite.

2.4 GRAVITATION & MOUVEMENTS ORBITAUX

Bilan d'énergie mécanique d'un corps dans le champ gravitationnel d'un astre

L'énergie mécanique totale d'un corps (masse m , vitesse v , distance r du corps central) dans le champ gravitationnel d'un astre central de masse $M \gg m$ est :

$$E = E_{cin} + E_{pot} \quad 2.33$$

$$= \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{Mm}{r} \quad 2.34$$

Faisons le bilan d'énergie d'un corps dans le champ gravitationnel de l'astre central :

- pour un corps sur une orbite circulaire la force centrifuge doit être égale à la force gravitationnelle :

$$\frac{m v^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2} \quad \text{donc} \quad 2.35$$

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{1}{2} G \frac{Mm}{r} \quad 2.36$$

L'énergie cinétique est donc égale à -1/2 fois l'énergie potentielle !

$$E_{cin} = -\frac{1}{2} E_{pot} \quad 2.37$$

On peut montrer que cette formule est vraie - en moyenne temporelle - pour tout système de points massiques soumis à une force $\sim 1/r^2$ (théorème du viriel ; voir 5.2).

- d'autre part, pour un corps sur une trajectoire parabolique (p.e. une comète a périodique), l'énergie potentielle et l'énergie cinétique sont nulles pour le corps à l'infini.

Comme $E = 0$:

$$\frac{m v^2}{2} = G \frac{Mm}{r} \quad \text{c'est à dire } E_{cin} = -E_{pot} \quad 2.38$$

Disques

Comment se fait-il qu'on observe des disques pour certains objets (anneaux des planètes géantes, système solaire, disques d'accrétion, galaxies spirales) où la gravitation est équilibrée par les mouvements orbitaux ?

Considérons un nuage de corps (p.e. les morceaux d'une lune explosée) qui tournent autour d'un centre de gravité (p.e. Saturne). Si la densité de ces corps, tournant sur des orbites inclinées, est suffisamment importante, des collisions inélastiques se produisent fréquemment entre les différents constituants. Tandis que de l'énergie cinétique est perdue au cours de ces collisions :

$$E_{cin}' = \sum \frac{m_i v_i'^2}{2} < E_{cin} = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} \quad 2.39$$

E_{cin} : énergie cinétique à $t=0$; E_{cin}' : énergie cinétique après un grand nombre de collisions

le moment angulaire $\vec{\Gamma} = \sum (\vec{r}_i \times \vec{p}_i)$ du système doit être conservé :

$$\vec{\Gamma}' = \sum (\vec{r}_i' \times m_i \vec{v}_i') \equiv \vec{\Gamma} = \sum (\vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i) \quad 2.40$$

Une structure qui permet une conservation du moment angulaire est la concentration des particules sur des orbites circulaires dans le plan équatorial (perpendiculaire au vecteur du moment angulaire du système : $\vec{\Gamma} = \sum (\vec{r}_i \times \vec{p}_i)$). Dans le cas des anneaux planétaires (chocs nombreux), un disque de très faible épaisseur est établi en très peu de temps (qq semaines).

2.5 GRAVITATION & MOUVEMENT THERMIQUE

Vitesse thermique d'une particule :

Dans un gaz idéal, le nombre de particules dN qui ont une vitesse dans l'intervalle entre v et $v+dv$ est donnée par la distribution de Maxwell $f(v)dv$

$$dN/N = f(v)dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{v_m^3} e^{-v^2/v_m^2} dv \quad 2.41$$

avec $v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$ la vitesse la plus probable 2.42

ou k est la constante de Boltzman, T la température du gaz, m la masse de chaque molécule et N le nombre total de molécules. Des distributions de vitesse pour différentes températures et différents gaz sont tracés dans Fig. 2.7.

$$dN/N = f(v)dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{v_m^3} e^{-v^2/v_m^2} dv = \text{const} \cdot e^{-v^2/v_m^2} dv$$

avec $v_m = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ la vitesse **moyenne** 2.43

avec $v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$ la vitesse la **plus probable** 2.44

L'énergie cinétique **moyenne** des particules est $E_t = 3/2 k T$

- avec N : le nombre total de molécules
- k : constante de Boltzman $1.38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$
- m : masse moléculaire
- μ : u.m.a. (unité de masse atomique) $1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- A : nombre de masse

On peut calculer la force ($F=d(mv)/dt$; variation de la quantité de mouvement/unité de temps) exercée sur une surface dS par la somme de tous les chocs des particules du gaz. Pour des vitesses isotropes et en équilibre thermodynamique, on déduit la pression $P=dF/dS$ pour un gaz parfait :

$$\begin{aligned} PV/T &= \text{const.} \\ PV &= nRT \quad (n \text{ moles, } L = 6 \cdot 10^{23}, R=k \cdot L) \end{aligned}$$

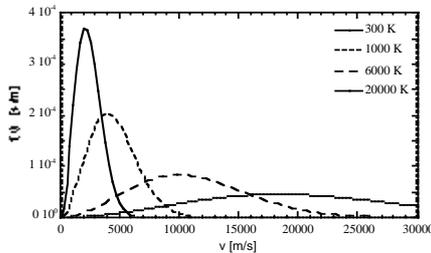


Fig 2.7 : distributions de Maxwell: les vitesses thermiques de l'hydrogène

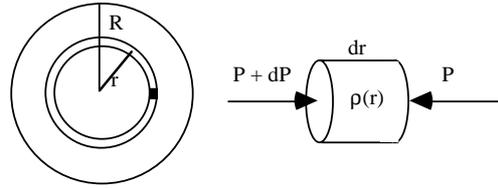
2.5.1 Les équations de base pour la description de structure d'une étoile

Equilibre hydrostatique

La masse de la partie de l'étoile qui se trouve à l'intérieur du rayon r est de

$$M(r) = 4\pi \int_0^r r'^2 \rho(r') dr' \quad \text{ou, dans sa forme différentielle,} \quad 2.45$$

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \quad 2.46$$



$$dP = - \frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) dr \quad 2.47$$

avec $M(r)$, la masse à l'intérieur du rayon r , l'équation d'équilibre hydrostatique est :

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) \quad 2.48$$

nous constatons une analogie avec l'équation barométrique pour p.e. l'atmosphère terrestre

$$dP = - \rho g dh \quad 2.49$$

hypothèse (simplification) 1 : atmosphère homogène

$$\rho = \text{const.} \quad \{\text{equiv. océans}\}$$

$$\int_{P_0}^0 dP = - \rho g \int_0^H dh \quad 2.50$$

$$P_0 = \rho_0 g H \quad \text{avec } pV = RT; \quad V = L\mu m_H / \rho_0 \quad 2.51$$

$$H = \frac{P_0}{\rho_0 g} = \frac{RT}{V \rho_0 g} = \frac{RT}{L\mu m_H g} \quad 2.52$$

$$= \frac{k T}{g \mu m_H} \quad \text{hauteur d'échelle} \quad 2.53$$

pour l'atmosphère terrestre :

$$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}, \quad g = 9.81 \text{ ms}^{-2},$$

$$\text{atm moyenne } \mu = 29 \text{ kg/kmol}, \quad m_H = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$H_t = \frac{P_0}{\rho_0 g} = \frac{1.019 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}{1.29 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2} \approx 8000 \text{ m} \quad 2.54$$

hypothèse 2 : atmosphère isotherme

$T = \text{const.}$, plus réaliste pour une atmosphère planétaire

$$dP = - \rho g dh = - \rho \frac{1}{H} dh \quad 2.55$$

si on monte par dh , P décroît par dP

$$\frac{dP}{P} = - \frac{dh}{H} \quad 2.56$$

$$\int_0^h \frac{dP}{P} = - \frac{1}{H} \int_0^h dh \quad 2.57$$

$$\ln P_h, P_0 = - \frac{h-h_0}{H} \quad 2.58$$

$$P_h = P_0 e^{-(h-h_0)/H} \quad 2.59$$

$h_{1/2} = \ln 0.5 \cdot H \approx 5600 \text{ m}$, c.a.d. tout les 5600 m, la pression a diminué de moitié. cette approximation tient si $h \ll R$ - ce qui est $\sim ok$ pour la terre.

Pour les étoiles par contre la densité varie avec le rayon et la température, l'équation d'état exprime $P(\rho, T)$

$$P = P(\rho, T) \quad \text{équation d'état} \quad 2.60$$

L'hypothèse du gaz parfait peut s'appliquer au soleil ($PV=RT; V=L\mu m_H/\rho_0; R=k \cdot L$)

$$P = nkT = \frac{\rho(r)}{\mu \cdot m_H} kT \quad 2.61$$

Estimation : pression et température au centre d'une étoile

On fera l'approximation suivante :

$$dP/dr \approx -P/R \text{ avec } P : \text{ pression moyenne} \quad 2.62$$

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) \approx -\frac{P}{R} \approx \frac{GM\rho}{R^2} \quad 2.63$$

D'où l'estimation grossière pour la pression P et la température T au centre d'une étoile:

$$P = \frac{dP}{dr} \Delta r = \frac{GM\rho}{R} \quad 2.64$$

pour le soleil ($M_0 = 2 \cdot 10^{30}$ kg, $\rho_0 = 1400$ kg/m³, $R_0 = 7 \cdot 10^8$ m)

$$P_0 = 2.6 \cdot 10^{14} \text{ Pa} = 2.6 \cdot 10^9 \text{ atm}$$

$$T = \frac{\mu \cdot m_H}{k \cdot \rho} P \quad 2.65$$

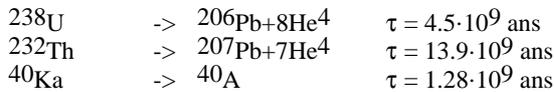
pour le soleil ($\mu \sim 0.5$ pour p^+ e-, $m_H = 1.66 \cdot 10^{-27}$ kg, $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J K⁻¹, $\rho_0 = 1400$ kg/m³, $p = 2.6 \cdot 10^{14}$ P(N/m²))

$$T_0 \approx 10^7 \text{ K}$$

2.6 LA RADIOACTIVITE

Le volcanisme et la tectonique des plaques témoignent, dans le cas de la Terre, d'une source de chaleur à l'intérieur des planètes. Le flux d'énergie que l'on mesure à la surface terrestre est de ~ 0.6 W/m². On a estimé que l'intérieur terrestre est à ~ 4000 K. D'où vient cette énergie ?

Les particules du nuage protoplanétaire qui ont dû former la Terre étaient seulement à ~ 500 K. L'hypothèse à présent acceptée est que cette source d'énergie est principalement due à la décroissance des éléments radioactifs à long τ à l'intérieur des corps (pour le cas des planètes telluriques).



Puisqu'un astre est plus chaud en son centre qu'à sa surface, il existe un gradient de température décroissant suivant son rayon. Donc, dès que la température au centre et le gradient sont suffisants, il se crée des cellules de convection véhiculant la matière du centre vers la surface. Deux processus qui transforment la surface d'une planète témoignent de cette convection : le volcanisme et la tectonique des plaques. Il se produit un renouvellement de la surface de l'astre.

2.7 PROBLEMES : PRINCIPES PHYSIQUES

2.1 L'atome d'hydrogène de Bohr

- Quel est le modèle que Bohr proposait pour l'atome d'hydrogène ?
- Supposant que le moment angulaire L de l'électron est quantifié (multiples de \hbar), déduisez une expression pour le rayon de Bohr r_0 de l'atome d'hydrogène.
- Donnez la relation pour l'énergie totale (potentielle et cinétique) de l'atome de Bohr.
- Discutez le résultat dans le contexte du théorème du viriel.
- Calculez la longueur d'onde d'un photon émis par la transition entre deux états énergétiques discrets. Exemple numérique : $n = 3 \rightarrow 2$, raie $H\alpha$
- Le modèle de Bohr, est-il un modèle réaliste pour la description de l'atome ? (utilisez les constantes données dans la section 7.4)

2.2 Formes des Planètes

- Pourquoi les sources du Mississippi, près de la frontière Canadienne, sont-elles 5 km plus proches du centre de la terre que la bouche du fleuve dans le golfe du Mexique ? Est-ce le seul fleuve qui coule de bas en haut ?
- Comment peut-on estimer grossièrement la hauteur maximale possible d'une montagne connaissant l'accélération de pesanteur g à la surface de la planète, la densité des roches ρ , et la pression limite S qu'elles peuvent subir.
- Discutez les questions ci-dessus pour l'exemple de la Terre et d'Io et effectuez une estimation numérique pour les hauteurs de montagne.
 $M_{Io} = 8.92 \cdot 10^{22}$ Kg et $R_{Io} = 1816$ Km. Calculer g_{Io} .
 $\rho_{Io} = 3.55$ g/cm³.

2.3 Les anneaux de Saturne

- Les anneaux de Saturne sont extrêmement fins : les anneaux A, B, C, D s'inscrivent dans un diamètre de $\sim 260'000$ km tandis que leur épaisseur est de quelques dizaines de mètres seulement. Pourquoi les anneaux ne sont-ils pas plus épais ? Y a-t-il un rapport entre l'aplatissement et la stabilité ?
- Quelle méthode a permis à J.E. Keeler de mesurer les vitesses des anneaux de Saturne ? (voir figure 3.8). Interprétez qualitativement les vitesses de Saturne et de ses anneaux.
- Limite de Roche : déduisez une expression approximative pour la condition de stabilité d'un satellite dans le champ gravitationnel d'une planète géante. La cohésion gravitationnelle du satellite (pour des raisons de simplicité, assimilez-la à 2 masses homogènes) sera mise en équilibre avec la force de marée exercée par l'astre central.
- Calculez la limite de Roche d_R pour une lune de densité $\rho = 1.1$ g/cm³ en orbite autour de Saturne ($M = 5.7 \cdot 10^{26}$ kg). Comparez le résultat avec les dimensions des anneaux.
- Température d'équilibre des particules dans les anneaux de Saturne. Mettre en équation le rayonnement incident absorbé avec le rayonnement émis par une particule de glace. Les particules sont supposées avoir une forme sphérique et être en rotation rapide. (c.f. section 4.1.8)
- Donnez une expression pour la température de la particule en supposant que le soleil et la particule émettent comme un corps noir.

- g) Calculez la température des particules qui sont supposées avoir une Albédo de 0.85.

| | | |
|----------------|------------------------------------|-------------------------|
| d | distance soleil-saturne | 1.43·10 ¹² m |
| r _s | rayon du soleil | 6.95·10 ⁸ m |
| T _s | température à la surface du soleil | 5850 °K |

rappel : Loi de Stefan-Bolzman : émittance énergétique du rayonnement $B(T) = \sigma \cdot T^4$

- 2.4 Pourquoi les astronautes en orbite autour de la terre semblent-ils être en apesanteur, si en réalité ils sont attirés par la gravitation terrestre quasiment aussi fort que s'ils étaient restés au sol ?

- 2.5 Les marées causées par la Lune sont 2.2 fois plus hautes que celles du Soleil, pourquoi ?

- 2.6 Combien de marées peut-il y avoir par jour pour ? a) un observateur proche de l'équateur (p.e. à Kourou) et b) un observateur à haute latitude (p.e. Spitzbergen, lat 76°N).

- 2.7 Vous êtes au bord de l'océan et vous observez que la marée haute ne coïncide pas avec la culmination de la lune. Pourquoi ? Faites un schéma. Quel est le rapport entre ce phénomène et la variation de la distance entre la Terre et la Lune ?

- 2.8 La longueur de la journée augmente de 2 ms par siècle à cause du freinage de la rotation de la terre par les marées. Calculez l'augmentation annuelle du rayon de l'orbite lunaire.

Étant donné, $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$, et pour la Terre : masse M (6·10²⁴ kg), rayon R (6.4·10⁶ m), période de rotation T₁ (1 jour) pour la Lune : masse m (7.4·10²²kg), rayon orbital r (3.8·10⁸m), période du mouvement orbital autour de la Terre T₁ (27.3 jours).

- 2.9 L'influence de la lune

- a) La Lune provoque bien les marées terrestres, pourquoi n'aurait-elle pas une influence sur les humains ?- après tout, ne sommes nous pas composés en grande partie d'eau...

Évoquez la (les) possibilité(s) d'une action de la force de gravité exercée par la Lune sur vous-mêmes. Y-a t'il plusieurs possibilités ? Quel rôle jouent les phases de la Lune ? Comment ces effets dépendent-ils de la masse M de la Lune et de sa distance d ?

- b) Comparez l'effet de cette influence lunaire (question précédente) avec celui qu'exerce sur vous un camion qui passe sur la Rocade et celui qu'exerce sur vous le professeur surveillant l'examen. Conclure. On donne :

| | Distance | Masse |
|--------|-----------|-------------------------|
| Lune | 384400 km | 7.4·10 ²² kg |
| camion | 500 m | 40 tonnes |
| prof. | 5 m | 70 kg |

- 2.10 Si la Terre avait un anneau, à quelle distance le chercheriez-vous en supposant qu'il soit formé de matériaux du type lunaire (densité $\rho \approx 3.33 \text{ g/cm}^3$)?

Masse de la Terre : 5.9·10²⁴ kg

- 2.11 Independence Day

Dans le film "Independence Day", des extraterrestres arrivent avec un vaisseau spatial d'une masse équivalente à 1/5 de la masse de la lune, qu'ils placent en orbite autour de la Terre.

- a) Comparez quantitativement l'effet des marées provoqué par ce vaisseau avec les marées induites par la lune. L'altitude du vaisseau est de 6000 km.

- b) La forme du vaisseau spatial ressemble grossièrement au croquis ci-dessous.



Quelle serait la forme d'un corps d'une telle masse constitué de matière de type lunaire et qui est soumis à la gravitation. Commentez.

Masse de la lune : M_l = 7.3·10²²kg

Rayon de la lune : R_l = 1738 km

Distance terre-lune : D_l = 3.8·10⁸m

Pression limite (roches) : S_o ≈ 3·10⁸ Pa

Constante gravitationnelle : G = 6.67·10⁻¹¹ Nm²kg⁻²

- 2.12 Les structures de l'Univers

Commentez le diagramme masse-rayon (voir figure 2.1) et donnez une brève explication qualitative pour :

- a) le fait que tous les objets de notre macrocosme jusqu'aux corps du Système Solaire se trouvent approximativement sur une droite dans ce diagramme log/log. Commentez la pente de cette droite ?

- b) la transition entre le domaine des formes et le domaine des sphères

Faites un calcul approximatif pour estimer la taille limite r_m qui sépare les deux domaines; avec : S ≈ 3·10⁸ Pa (pression limite dans un réseau cristallin de roches),

$\rho = 3000 \text{ kg/m}^3$ (≈ densité de la lune),

$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{kg}^{-2}$

- c) au delà des planètes géantes, la droite s'infléchit, pourquoi ?
d) la stabilité du Soleil - quel principe s'oppose à la gravitation ?

- e) Le soleil (r_o=7·10⁸m) rayonne à une température de T_o=5850 K . Quelle est l'énergie émise par seconde ?

- f) Quel(s) processus maintient(ent) la température du gaz ?

- g) le fait que la taille des étoiles à neutrons est de l'ordre de 10 km.

- h) le phénomène de trous noirs.

- i) Calculez la limite du domaine des trous noirs (rayon r d'un trou noir en fonction de sa masse)

- k) Donnez une liste des structures stables grâce à l'équilibre entre gravitation et mouvements orbitaux.