

# physique

## Table des matières

### Chapitre 1 Les bases de la mécanique des fluides

<b>1</b>	<b>Un bref historique</b> .....	1
<b>2</b>	<b>Le concept de fluide</b> .....	2
2.1	Définitions .....	2
2.2	Les milieux continus .....	3
<b>3</b>	<b>La cinématique des fluides</b> .....	3
3.1	Notion de particule fluide .....	3
3.2	Description lagrangienne .....	4
3.3	Description eulérienne .....	4
3.4	Dérivée particulaire .....	4
3.5	Déformation d'un élément fluide .....	5
3.6	Les fluides incompressibles .....	8
3.7	Évolution d'une quantité intégrale entraînée par le fluide .....	8
3.8	Fonction de courant .....	10
<b>4</b>	<b>Les lois du mouvement</b> .....	10
4.1	Conservation de la masse .....	11
4.2	Conservation de la quantité de mouvement .....	13
4.3	Conservation de l'énergie .....	15
<b>5</b>	<b>Les lois de comportement</b> .....	17
5.1	La contrainte de pression .....	17
5.2	Le fluide parfait .....	18
5.3	Les fluides newtoniens .....	19
5.4	Autres lois de comportement <sup>♣</sup> .....	26
<b>6</b>	<b>Les relations thermodynamiques</b> .....	33
6.1	Le gaz parfait .....	34
6.2	Les liquides .....	35
6.3	Le fluide barotrope .....	35

<b>7</b>	<b>Les conditions aux limites</b> .....	35
7.1	Sur le champ de vitesse .....	36
7.2	Sur la température .....	38
7.3	La tension superficielle .....	39
7.4	Les conditions initiales .....	40
<b>8</b>	<b>Introduction au formalisme lagrangien</b> ♣ .....	41
8.1	Les équations du mouvement en variables lagrangiennes .....	41
8.2	Exemple d'application .....	43

## Chapitre 2 La statique des fluides

<b>1</b>	<b>Les équations de la statique</b> .....	47
<b>2</b>	<b>Équilibre dans un champ de gravitation</b> .....	48
2.1	Théorème de Pascal .....	49
2.2	Atmosphères en équilibre .....	50
2.3	Liquide stratifié entre deux plaques horizontales .....	52
2.4	Masses fluides autogravitantes en rotation ♣ .....	53
<b>3</b>	<b>Propriétés de la résultante des forces de pression</b> .....	57
3.1	Théorème d'Archimède .....	57
3.2	Centre de poussée .....	58
3.3	Poussée sur une paroi .....	59
<b>4</b>	<b>Les équilibres régis par la tension superficielle</b> .....	60
4.1	Quelques figures particulières .....	60
4.2	Équilibre d'un liquide mouillant un solide .....	61

## Chapitre 3 Écoulement des fluides parfaits

<b>1</b>	<b>Équations du mouvement</b> .....	69
1.1	Rappels .....	69
1.2	Autres formes de l'équation d'Euler .....	70
<b>2</b>	<b>Quelques propriétés du mouvement des fluides parfaits</b> .....	70
2.1	Théorème de Bernoulli .....	71
2.2	Le champ de pression .....	72
2.3	Exemples d'application .....	72
2.4	Théorème de Kelvin .....	75
2.5	Influence de la compressibilité .....	76
<b>3</b>	<b>Les écoulements irrotationnels</b> .....	77
3.1	Définition .....	77
3.2	Rôle de la topologie pour un écoulement irrotationnel .....	78
3.3	Théorème de Lagrange .....	79
3.4	Théorème de l'énergie cinétique minimale ♣ .....	80
3.5	Analogie électrostatique .....	81
3.6	Écoulement plan potentiel d'un fluide incompressible .....	82
3.7	Forces exercées par un fluide parfait .....	85

**Table des matières**

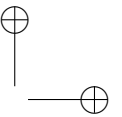
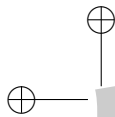
<b>4</b>	<b>Les écoulements tourbillonnaires</b> .....	91
4.1	La dynamique de la vorticité .....	91
4.2	Écoulement généré par une distribution de vorticité : analogie avec le magnétisme .....	93
4.3	Exemples d’écoulements tourbillonnaires .....	94

**Chapitre 4 Écoulement des fluides visqueux incompressibles**

<b>1</b>	<b>Quelques propriétés générales</b> .....	107
1.1	Rappel des équations du mouvement .....	107
1.2	Le transport par la viscosité .....	108
1.3	Loi de similitude .....	111
<b>2</b>	<b>Les écoulements rampants</b> .....	112
2.1	L’équation de Stokes .....	112
2.2	Principe variationnel <sup>▲</sup> .....	113
2.3	Écoulement autour d’une sphère .....	115
2.4	Équation d’Oseen .....	118
2.5	Applications .....	119
<b>3</b>	<b>La théorie de la couche limite</b> .....	121
3.1	Fluides parfaits et fluides visqueux .....	121
3.2	Méthode de résolution .....	122
3.3	L’écoulement hors couche limite .....	123
3.4	L’écoulement dans la couche limite .....	124
3.5	Décollement de la couche limite .....	126
3.6	Exemple de couche limite laminaire : équation de Blasius .....	127
<b>4</b>	<b>Quelques exemples classiques</b> .....	129
4.1	Écoulements de Poiseuille .....	129
4.2	Pertes de charge dans une conduite .....	133
4.3	Écoulements autour d’un solide .....	135
<b>5</b>	<b>Forces exercées sur un solide</b> .....	136
5.1	Expression générale de la résultante des forces .....	136
5.2	Coefficient de traînée et de portance .....	137
5.3	Exemple : la force de Stokes .....	138

**Chapitre 5 Les ondes dans les fluides**

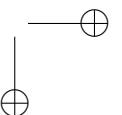
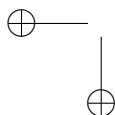
<b>1</b>	<b>Notions sur les perturbations</b> .....	145
1.1	Équation d’une perturbation .....	145
1.2	Analyse d’une perturbation infinitésimale .....	146
1.3	Les perturbations d’amplitudes finies .....	148
1.4	Ondes et instabilités .....	149
<b>2</b>	<b>Le son</b> .....	149
2.1	Équation de propagation .....	149
2.2	Relation de dispersion .....	150
2.3	Exemples de modes acoustiques dans les instruments à vent .....	151



<b>3</b>	<b>Les ondes de surface</b> .....	152
3.1	Les ondes de gravité superficielles .....	153
3.2	Les ondes capillaires .....	155
<b>4</b>	<b>Les ondes internes de gravité</b> ♣ .....	156
<b>5</b>	<b>Les ondes de discontinuité</b> .....	158
5.1	Propagation d'une perturbation en fonction du nombre de Mach .	159
5.2	Équations d'une onde sonore d'amplitude finie .....	160
5.3	Équations des caractéristiques .....	161
5.4	Exemple : l'onde de compression .....	161
5.5	Conditions de passage .....	163
5.6	Relations entre les quantités à l'amont et à l'aval d'un choc droit.	165
5.7	Chocs forts et faibles .....	168
5.8	Chocs radiatifs .....	169
5.9	Ressaut hydraulique .....	170
<b>6</b>	<b>Les ondes solitaires</b> ♣ .....	172
6.1	L'équation de Korteweg et de Vries .....	173
6.2	L'onde solitaire .....	176
6.3	Analyse élémentaire de l'équation de Korteweg et de Vries .....	178
6.4	Exemples .....	180
<b>7</b>	<b>Exercices</b> .....	182
<b>8</b>	<b>Appendice : conditions de passage</b> .....	184

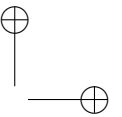
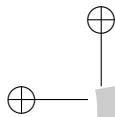
## Chapitre 6 La stabilité des écoulements

<b>1</b>	<b>Instabilité locale</b> .....	187
1.1	Définitions .....	187
1.2	Exemple : l'instabilité gravitationnelle .....	188
1.3	Instabilité spatiale .....	189
<b>2</b>	<b>Analyse linéaire d'instabilités globales</b> .....	190
2.1	Instabilité centrifuge : critère de Rayleigh .....	190
2.2	Instabilité de cisaillement des écoulements plan-parallèles .....	192
2.3	Équation de Rayleigh .....	194
2.4	Équation d'Orr-Sommerfeld .....	196
<b>3</b>	<b>Quelques exemples d'instabilités célèbres</b> .....	197
3.1	Exemple : l'instabilité de Kelvin-Helmholtz .....	197
3.2	Instabilités connexes .....	198
3.3	Les perturbations de l'écoulement de Couette plan .....	201
3.4	Cisaillement et stratification .....	202
3.5	L'instabilité de Bénard-Marangoni ♣ .....	204
<b>4</b>	<b>L'interaction d'ondes</b> ♣ .....	210
4.1	Énergie d'une onde .....	210
4.2	Application à l'instabilité de Kelvin-Helmholtz .....	212



**Table des matières**

<b>5</b>	<b>Le développement non-linéaire d'une instabilité</b> .....	212
5.1	Équations d'amplitude .....	213
5.2	Notions sur les bifurcations .....	214
5.3	Instabilités d'amplitudes finies <sup>♣</sup> .....	216
<b>6</b>	<b>Les perturbations optimales</b> <sup>♣</sup> .....	218
6.1	Introduction .....	218
6.2	Les écoulements plan-parallèles .....	219
6.3	Etude d'un modèle simplifié .....	220
6.4	Retour aux fluides : instabilités à croissance algébriques .....	222
6.5	Les opérateur non-normaux .....	223
6.6	Spectres, pseudo-spectres et résolvante d'un opérateur .....	225
6.7	Exemples de perturbations optimales dans les écoulements .....	228
<b>Chapitre 7 La convection thermique</b>		
<b>1</b>	<b>Introduction</b> .....	235
<b>2</b>	<b>L'équilibre conductif</b> .....	236
2.1	Équilibre d'un gaz parfait entre deux plaques horizontales .....	236
2.2	Le gradient adiabatique .....	237
2.3	La température potentielle .....	238
<b>3</b>	<b>Deux approximations</b> .....	239
3.1	L'approximation de Boussinesq : présentation qualitative .....	239
3.2	Les développements asymptotiques .....	240
3.3	Approximation anélastique <sup>♣</sup> .....	244
<b>4</b>	<b>L'absence d'équilibre : la baroclinicité</b> .....	246
4.1	Convection entre deux plaques verticales .....	247
<b>5</b>	<b>L'instabilité de Rayleigh-Bénard</b> .....	250
5.1	Analyse qualitative de la stabilité - critère de Schwarzschild .....	250
5.2	Évolution des perturbations .....	252
5.3	Expression des solutions .....	253
5.4	Critère de stabilité .....	254
5.5	Les autres conditions aux limites .....	256
<b>6</b>	<b>Les figures de convection</b> .....	258
6.1	Les perturbations tridimensionnelles .....	260
6.2	Les rouleaux de convection .....	261
6.3	Autres figures de convection .....	261
<b>7</b>	<b>Le domaine faiblement non-linéaire</b> .....	262
7.1	Les conditions aux limites périodiques .....	263
7.2	Les petites amplitudes .....	263
7.3	Dérivation de l'équation d'amplitude .....	266
7.4	Le transport de la chaleur .....	268



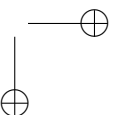
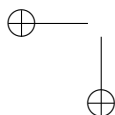
<b>8</b>	<b>La convection à flux fixé</b> ♦	270
8.1	Introduction	270
8.2	Formulation	271
8.3	L'équation de Chapman-Proctor	272
8.4	Propriétés de la convection faiblement super-critique	274
<b>9</b>	<b>La route vers la convection turbulente</b>	275
9.1	Le modèle de Lorenz	275
9.2	Le domaine des très grands nombres de Rayleigh	278

## Chapitre 8 Les fluides en rotation

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	283
1.1	Les équations du mouvement	283
1.2	Les nombres caractéristiques	284
<b>2</b>	<b>L'écoulement géostrophique</b>	285
2.1	Définition	285
2.2	Théorème de Taylor-Proudman	285
2.3	Exemples	287
<b>3</b>	<b>Les ondes dans les fluides en rotation</b> ♦	289
3.1	Les ondes inertielles	289
3.2	Les modes inertiels	290
3.3	Les ondes de Rossby	294
<b>4</b>	<b>Les effets de la viscosité</b>	297
4.1	Méthode de résolution	297
4.2	La solution dans la couche limite	297
4.3	Le pompage et la circulation d'Ekman	300
4.4	Exemple : Le spin-up	301
<b>5</b>	<b>Les ouragans</b>	307
5.1	Présentation qualitative	307
5.2	Le régime stationnaire : une machine de Carnot	308
5.3	La genèse des ouragans	310

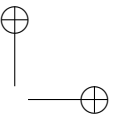
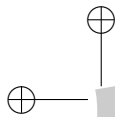
## Chapitre 9 La turbulence

<b>1</b>	<b>Présentation du problème de base</b>	315
1.1	Temps et longueur de corrélation : comment définir la turbulence	315
1.2	Le problème de la fermeture des équations moyennes	317
<b>2</b>	<b>Les outils</b>	318
2.1	Moyenne d'ensemble	318
2.2	Distribution et densité de probabilité	318
2.3	Moments et cumulants	319
2.4	Corrélations et fonctions de structure	319
2.5	Les symétries	319



**Table des matières**

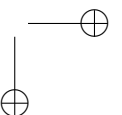
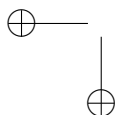
<b>3</b>	<b>Les corrélations en deux points</b> .....	320
3.1	Les contraintes de Reynolds .....	321
3.2	Les corrélations doubles de la vitesse .....	322
3.3	Les corrélations de vorticité et d’hélicité .....	324
3.4	Les fonctions spectrales associées .....	324
3.5	Les spectres .....	326
3.6	Le cas isotrope .....	327
3.7	Les corrélations triples .....	328
<b>4</b>	<b>Les échelles de longueur de la turbulence</b> .....	330
4.1	Échelles intégrales et de Taylor .....	330
4.2	L’échelle de dissipation .....	331
<b>5</b>	<b>La dynamique de la turbulence universelle</b> .....	332
5.1	La théorie de Kolmogorov .....	332
5.2	La dynamique dans l’espace spectral .....	336
5.3	La dynamique dans l’espace réel .....	337
5.4	Conclusions sur la théorie de Kolmogorov .....	341
<b>6</b>	<b>L’intermittence</b> ♣ .....	341
6.1	Présentation .....	341
6.2	Lois d’échelles des fonctions de structure .....	343
<b>7</b>	<b>Théories pour la fermeture des équations spectrales</b> ♣ .....	347
7.1	La théorie EDQNM .....	347
7.2	La DIA .....	348
7.3	Le groupe de Renormalisation .....	348
<b>8</b>	<b>La turbulence inhomogène</b> .....	349
8.1	Une courte revue des modèles de fermeture .....	349
8.2	Exemples : jets et panaches turbulents .....	354
<b>9</b>	<b>La turbulence bidimensionnelle</b> ♣ .....	358
9.1	Spectres et corrélations doubles .....	358
9.2	Conservation de l’enstrophie et cascade inverse .....	359
9.3	La turbulence en présence de rotation ou de stratification .....	361
<b>10</b>	<b>Conclusions sur la turbulence</b> .....	361
<b>Chapitre 10 La magnétohydrodynamique</b>		
<b>1</b>	<b>Les approximations de la magnétohydrodynamique</b> .....	369
<b>2</b>	<b>Les équations du mouvement</b> .....	371
2.1	Équations pour $\vec{j}$ et $\vec{B}$ .....	371
2.2	Les conditions aux limites sur le champ magnétique .....	373
2.3	Equation de l’énergie en présence de champ magnétique .....	375
<b>3</b>	<b>Quelques propriétés des écoulements MHD</b> .....	376
3.1	Le théorème du champ gelé .....	376
3.2	Pression et tension magnétique .....	377
3.3	Le champ-sans-force .....	378
3.4	La solution d’équipartition et les variables d’Elsässer .....	379



<b>4</b>	<b>Les ondes</b> .....	380
4.1	Les ondes d’Alfvén .....	380
4.2	Les ondes magnétosonores .....	381
<b>5</b>	<b>Le problème de la dynamo</b> ♣ .....	383
5.1	La dynamo cinématique .....	384
5.2	L’amplification du champ magnétique .....	385
5.3	Quelques théorèmes anti-dynamo .....	386
5.4	Un exemple : La dynamo de Ponomarenko .....	388
5.5	La dynamo turbulente .....	388
5.6	l’effet alpha .....	390
<b>6</b>	<b>Appendice : équations du champ axisymétrique</b> .....	393

## Chapitre 11 Au delà de la Mécanique des Fluides

<b>1</b>	<b>Introduction</b> .....	395
<b>2</b>	<b>Approche qualitative</b> .....	396
2.1	Retour sur le milieu continu .....	396
2.2	Interactions et collisions de particules. Notion de libre parcours moyen 398	
2.3	Vitesse des particules .....	399
2.4	Le transport de l’énergie .....	400
2.5	Le transport de la quantité de mouvement .....	402
2.6	Le nombre de Prandtl .....	403
2.7	Comparaison avec l’expérience .....	404
<b>3</b>	<b>Concepts et questions pour une approche statistique</b> .....	405
3.1	Notion de fonction de distribution .....	406
3.2	Une équation pour la fonction de distribution .....	408
<b>4</b>	<b>L’équation de Boltzmann</b> ♣ .....	410
4.1	L’intégrale de collision .....	412
4.2	L’équilibre thermodynamique .....	416
4.3	Le libre parcours moyen .....	416
<b>5</b>	<b>Equations du mouvement</b> .....	418
5.1	Les quantités moyennes .....	418
5.2	Equation d’une quantité conservée par les collisions .....	419
5.3	La quantité de mouvement .....	420
5.4	L’énergie cinétique .....	421
<b>6</b>	<b>Fluide parfait et gaz parfait</b> .....	423
<b>7</b>	<b>La dynamique des gaz dans le régime newtonien</b> .....	424
7.1	Vers Navier-Stokes .....	424
7.2	Le modèle BGK54 et la théorie de Chapman-Enskog .....	424
7.3	Expression du flux de chaleur et de la conductivité thermique ...	426
7.4	La viscosité .....	427
7.5	Comparaison à l’expérience .....	430
<b>8</b>	<b>Conclusions</b> .....	432





**Annexe A Compléments de mathématiques**

<b>1</b>	<b>Notions sur les tenseurs</b> .....	439
1.1	Définitions .....	440
1.2	Le tenseur complètement antisymétrique $[\epsilon]$ .....	441
<b>2</b>	<b>Le théorème de la divergence</b> .....	442
2.1	Énoncé et démonstration .....	442
2.2	Corollaire .....	443
2.3	Quelques conséquences .....	443
<b>3</b>	<b>Rayons de courbure</b> .....	444
3.1	Pour une courbe plane .....	444
3.2	Pour une courbe dans l'espace .....	444
<b>4</b>	<b>La théorie de la couche limite en mathématiques</b> .....	445
<b>5</b>	<b>Le problème de Sturm-Liouville</b> .....	447
<b>6</b>	<b>Les équations aux dérivées partielles du deuxième ordre</b> .....	449
6.1	Les différents types .....	449
6.2	Les courbes caractéristiques .....	449
6.3	Une équation hyperbolique : l'équation d'onde .....	452
6.4	Une équation parabolique : l'équation de diffusion .....	452
6.5	Une équation elliptique : l'équation de Laplace .....	454

**Annexe B Solutions des exercices**

	<b>Solutions des exercices du chapitre 1</b> .....	463
	<b>Solutions des exercices du chapitre 2</b> .....	465
	<b>Solutions des exercices du chapitre 3</b> .....	470
	<b>Solutions des exercices du chapitre 4</b> .....	473
	<b>Solutions des exercices du chapitre 5</b> .....	476
	<b>Solutions des exercices du chapitre 6</b> .....	479
	<b>Solutions des exercices du chapitre 7</b> .....	481
	<b>Solutions des exercices du chapitre 8</b> .....	483
	<b>Solutions des exercices du chapitre 9</b> .....	484
	<b>Solutions des exercices du chapitre 10</b> .....	487
	<b>Solutions des exercices du chapitre 11</b> .....	489
	<b>Solutions des exercices des compléments de Mathématiques</b> .....	490

<b>Bibliographie</b> .....	491
----------------------------	-----