**corrigé de l'exercice 1.1:**

a) $\Delta(n-1)/(n-1) = \Delta\rho/\rho = -\Delta T/T$ => $\Delta n \approx -(n-1)\,\Delta T/T$

$$n_2 = n_1\,(1+\Delta n)$$
$$\Delta L = e\,(n_2 - n_1) = e\,\Delta n$$
$$\Delta L = -e\,(n-1)\,\Delta T/T$$

application numérique :

$$\Delta L = 0.23\ 10^{-6}\ \mathrm{m}$$

b) Le respect du critère de Raleigh implique que la variation de chemin optique $\Delta L$ soit inférieure à $\lambda/4$, soit 100 nm dans le cas présent. On voit donc qu'un si faible écart de température suffit à dégrader les images de façon significative. L'image d'une source ponctuelle dégradée par des écarts de phase aléatoire dans le faisceau donne des tavelures, ou speckles.

---

**Corrigé de l'exercice 3.1:**

On utilise la relation "speckle" dans le plan de Fourier :

$<|\hat{I}(u, t)|^2> = <|\hat{S}(u, t)|^2> |\hat{O}(u)|^2$

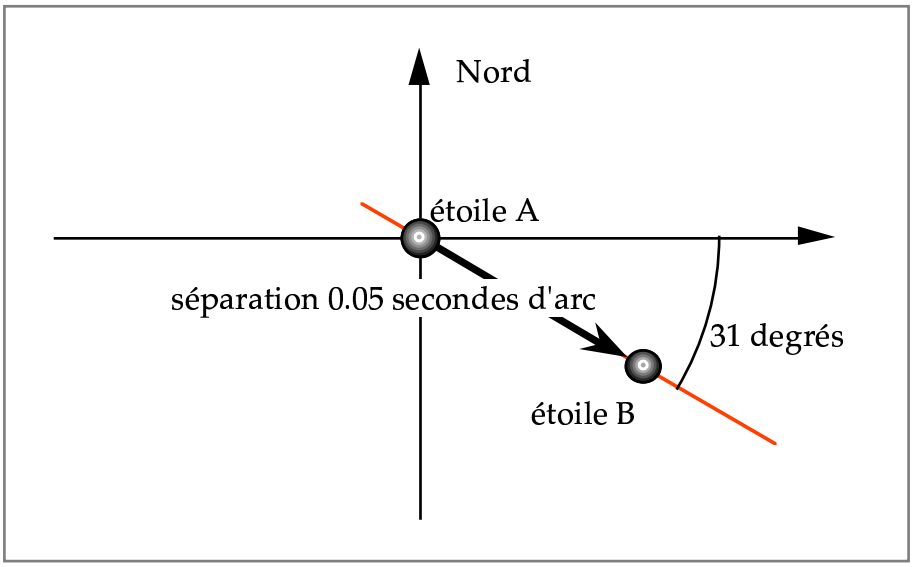
a) L'autocorrélation de O(**x**) s'obtient par TF inverse de $|\hat{O}(u)|^2$

$$AC\ O(\mathbf{x}) = \int [\,1+\cos(2\pi a\mathbf{u})\,]\ \exp(2i\pi\mathbf{u}\,.\,\mathbf{x})\,d\mathbf{u}$$

$$= \int \exp(2i\pi\mathbf{u}\,.\,\mathbf{x})\,du + 1/2\int \exp[\,2i\pi\mathbf{u}\,.\,(\mathbf{x}+\mathbf{a})]\,d\mathbf{u} + 1/2\int \exp[\,2i\pi\mathbf{u}\,.\,(\mathbf{x}-\mathbf{a})]\,d\mathbf{u}$$

$$= \delta(\mathbf{x}) + 1/2\,\delta(\mathbf{x}+\mathbf{a}) + 1/2\,\delta(\mathbf{x}-\mathbf{a})$$

b) L'objet observé est une étoile double. Les deux composantes sont de brillance égale.




la valeur de a donne la séparation des composantes selon la direction définie par l'axe u dans la figure : 2.424 $10^{-7}$ radians, soit 0.05 secondes d'arc. Elles sont trop rapprochées pour êtres vues séparément avec une technique d'observation classique, la turbulence atmosphérique étalant les images sur au moins 0.5 secondes d'arc.

l'angle d'orientation du segment joignant les composantes vaut 31 degrés (compté depuis la direction Est-Ouest). On peut donc retrouver $|x_a - x_b|$ mais pas $x_a$ et $x_b$ séparément. De plus, la direction de $x_a - x_b$ n'est connue que modulo $\pi$ : on ne sait pas laquelle des deux étoiles est en $x_a$ et laquelle est en $x_b$.

c) Pour reconstruire O(x) il manque un bit d'information : le signe de ($x_a$ -

$x_b$). Cette information était contenue dans la phase de $\widehat{O}(u)$ . Elle a été perdue dans le processus de moyennage des modules carrés.

---

**Corrigé de l'exercice 3.2** :

a) $(A^2 + B^2)\,\delta(x) + AB\,\delta(x - a) + AB\,\delta(x + a)$

b) Séparation a = 5 mm.

c) On a un système de deux équations à deux inconnues

$$A^2 + B^2 = 5$$
$$AB = 2$$

Les solutions sont :

A = 2 et B = 1 ou bien A = 1 et B = 2 . Il y a deux solutions symétriques.

---

**Corrigé de l'exercice 5.3 :**

$$\hat{I}^{(3)}(u, 0) = \hat{I}(u) \,.\, \hat{I}(0) \,.\, \hat{I}(-u)$$

Comme I(x) est réel $\hat{I}(-u) = \hat{I}^*(u)$ et l'on a :

$\hat{I}^{(3)}(u, 0) = |\hat{I}(u)|^2 \,.\, \hat{I}(0)$ $\hat{I}(0)$ correspond à l'intégrale de I(x) sur tout le champ. On peut donc avoir facilement le module carré du spectre à partir du bispectre.

---

**Corrigé de l'exercice 6.1 :**

Le nombre N de photons détectés par aire de rayon $r_o$ est donné par :

$$N = a\, r_o^2\, \tau_o$$

$$N_{IR} / N_{vis} = r_{o\text{-}IR}^2\, \tau_{o\text{-}IR}\; r_{o\text{-}vis}^{-2}\, \tau_{o\text{-}vis}^{-1}$$

sachant que $r_o$ , et $\tau_o$ sont proportionnels à $\lambda^{6/5}$ on a :

$$N_{IR} / N_{vis} = (\lambda_{IR} / \lambda_{vis})^{18/5}$$
$$= 4.4^{\;18/5} = 207$$

On peut donc corriger le front d'onde pour l'I.R. ($\lambda$ = 2.2 µm) avec une étoile guide de flux de photons 207 fois plus faible que celle nécessaire pour une correction dans le visible. On fait la correction pour l'infra-rouge, mais la mesure du front d'onde peut bien sûr être prise à une longueur d'onde différente (le visible par exemple) en gardant un découpage temporel et spatial adapté à l'I.R.

---

**corrigé de l'exercice 6.2 :**

1) $\alpha = r_o / h = 10^{-4}$ rd

2) Le nombre de sources nécessaire est $N = 2\;\alpha^{-2} \approx 2 \,.\, 10^8$

3) flux $\phi = D^2\, r_o^{-2}\, \tau_o^{-1} = 8\, 10^5$ photons / s

4) non, si l'on mesure sur le ciel la densité des étoiles plus brillantes que le seuil trouvé dans la question précédente, on trouve qu'il s'en faut d'un facteur 1000 environ. On couvre donc 0.1 % du ciel avec l'optique adaptative sans référence artificielle.

---

**Corrigé de l'exercice 7.1**

soleil : $\theta = 30' = 0.01$ radians ; $a = \lambda/\theta = 0.5\ 10^{-6} / 0.01 = 0.05$ mm

étoile de 0.01 " = 0.01/206265 radians : $a = \lambda/\theta = 206265 \cdot 0.5\ 10^{-6} / 0.01 = 10.3$ m

---

**Corrigé de l'exercice 7.2**

a) $L_c = \lambda^2/\Delta\lambda = 0.6563^2 / 0{,}05 = 8{,}61\ \mu m$

b) $L_c = \lambda^2/\Delta\lambda = c / \Delta\nu = 6$ km

---

**Corrigé du problème 7.3**

1a) $\int I(x) \exp(-2i\pi ux)\, dx = \hat{I}(u)$

$I(x)$ réel $\Rightarrow$ $\hat{I}(-u) = \hat{I}^*(u)$

1b) 3 points non nuls, 2 à fréquence non nulle, 1 par demi plan.

1c) N (N-1)/2 bases, même nb de points non nuls dans le demi plan.

1d) $N(N-1)/2 + (N-1)(N-2)/2 = (N-1)^2$

Même nb de paramètres libres dans l'image.

1e) $5\ 10^{-7} / 200 = 2.5\ 10^{-9}$ radians $= 5\ 10^{-4}$ "

1f) champ de côté $(N-1) * 5\ 10^{-4}$ "

Pour N = 5 , champ = 2 m" x 2 m"

---