

Sujet de stage de Master :

Démélange de spectres sous contraintes de parcimonie : algorithmes dédiés de type *Branch-and-Bound*

Mots-clés :	Séparation de sources, imagerie hyperspectrale, parcimonie, problèmes inverses, optimisation combinatoire, branch-and-bound
Localisation :	Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (LS2N), École Centrale de Nantes
Encadrement :	Sébastien Bourguignon, École Centrale de Nantes Hervé Carfantan, Université Paul Sabatier - Toulouse III
Durée :	5 à 6 mois
Gratification :	environ 550 € mensuels
Poursuite en thèse :	possible
Contact :	Sebastien.Bourguignon@ec-nantes.fr, 02.40.37.69.15 Herve.Carfantan@irap.omp.eu, 05.61.33.28.66

La *télé-détection* consiste à acquérir des connaissances sur un objet d'étude à partir de mesures à distance (e.g., aéroportées, satellitaires). L'imagerie hyperspectrale en est une modalité de plus en plus répandue, consistant à cartographier une zone par la mesure du rayonnement électromagnétique, émis ou reçu par l'objet, en tout point de l'espace. Le couplage de mesures spatiales (imagerie) et spectrales (variation du rayonnement selon la longueur d'onde) à des méthodes avancées de traitement de l'information permet alors d'accéder à des connaissances scientifiques approfondies, dans des domaines très variés : agriculture, environnement, étude de la Terre et des planètes, . . .

L'exploitation de données hyperspectrales est cependant confrontée à un problème de **séparation de sources** : la résolution spatiale étant limitée par la distance séparant le capteur de l'objet observé, l'information acquise dans chaque pixel résulte du mélange entre différents constituants à l'intérieur du pixel. Le **démélange** consiste alors à décomposer un spectre mesuré en une combinaison (linéaire) de spectres élémentaires, et à en estimer les proportions associées [1, 2, 3]. Une approche possible consiste à utiliser un *dictionnaire* de spectres de référence, obtenus en laboratoire. Tous les composants n'étant pas présents dans chaque spectre observé, on recherche alors une décomposition **parcimonieuse**, impliquant seulement un faible nombre d'éléments du dictionnaire [4, 5]. Résoudre ce problème d'*approximation parcimonieuse* (trouver la meilleure combinaison linéaire à faible nombre d'éléments non nuls) est un problème NP-difficile [6], qui a donné lieu à une abondante littérature en traitement du signal (voir par exemple [7]). De nombreuses méthodes sous-optimales ont été proposées, permettant d'aborder à moindre coût des problèmes de grande taille. Sur le problème de démélange spectral, cependant, ces approches "non garanties" fonctionnent mal, en particulier si le dictionnaire est composé de spectres très proches (*corrélés*) [8].

Des travaux récents [8, 9] ont montré que la **résolution exacte** du problème d'optimisation parcimonieuse, essentiellement combinatoire, est envisageable sur des problèmes de taille raisonnable, au moyen d'algorithmes *Branch-and-Bound* [10]. Ces algorithmes reposent sur la définition d'un arbre de décision binaire pour chaque variable (nulle ou non nulle ?). Une exploration totale de l'arbre est alors mise en œuvre, reposant sur la construction de relaxations efficaces permettant d'élaguer des branches importantes de l'arbre de décision sans recourir à leur énumération explicite. Les solutions ainsi obtenues fournissent alors de meilleurs résultats que les méthodes sous-optimales existantes, au prix d'un coût de calcul plus élevé. Jusqu'à présent [9, 8], le calcul de ces solutions s'effectue au moyen de *solveurs* génériques (e.g.,

CPLEX), qui restent globalement « aveugles » vis-à-vis des spécificités du problème d'optimisation initialement formulé. Cependant, la mise en œuvre de tels principes algorithmiques peut bénéficier des nombreux éclaircissements apportés sur le problème de l'optimisation parcimonieuse en traitement du signal [11, 12, 7]. C'est un des angles d'attaque du projet MIMOSA, *Mixed Integer Programming Methods for Optimization of Sparse Approximation criteria*, financé par l'Agence Nationale de la Recherche.

L'objectif de ce stage est donc d'étudier la prise en compte de stratégies d'optimisation combinatoire de type branch-and-bound spécifiques au problème de démixage spectral, permettant d'accélérer le calcul obtenu par les solveurs génériques. Une première phase consistera à se familiariser avec les méthodes usuelles de démixage hyperspectral [2, 3, 4, 5] et avec les algorithmes classiques d'optimisation parcimonieuse [11, 12]. Il s'agira ensuite de développer des schémas de résolution adaptés, inspirés du principe *branch-and-bound*. Selon le profil du stagiaire, le développement sera réalisé sous Matlab ou C / C++. Une poursuite en thèse est possible et souhaitable (financement acquis).

Références

- [1] R. B. Singer and T. B. McCord, "Mars - Large scale mixing of bright and dark surface materials and implications for analysis of spectral reflectance," in *Lunar and Planetary Science Conference Proceedings*, 1979, vol. 10.
- [2] D. C. Heinz and Chein-I-Chang, "Fully constrained least squares linear spectral mixture analysis method for material quantification in hyperspectral imagery," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 39, no. 3, Mar 2001.
- [3] N. Keshava and J. F. Mustard, "Spectral unmixing," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 19, no. 1, 2002.
- [4] M. D. Iordache, J. M. Bioucas-Dias, and A. Plaza, "Sparse unmixing of hyperspectral data," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 49, no. 6, June 2011.
- [5] J. M. Bioucas-Dias, A. Plaza, N. Dobigeon, M. Parente, Q. Du, P. Gader, and J. Chanussot, "Hyperspectral unmixing overview : Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches," *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 5, no. 2, pp. 354–379, April 2012.
- [6] B. K. Natarajan, "Sparse approximate solutions to linear systems," *SIAM Journal of Computing*, vol. 2, no. 24, pp. 227–234, 1995.
- [7] Y. C. Eldar and G. Kutyniok, *Compressed Sensing : Theory and Applications*, Cambridge University Press, 2012.
- [8] R. Ben Mhenni, S. Bourguignon, J. Ninin, and F. Schmidt, "Démélange parcimonieux exact dans une approche supervisée en imagerie hyperspectrale," in *Actes du 20^{ème} colloque GRETSI*, 2017.
- [9] S. Bourguignon, J. Ninin, H. Carfantan, and M. Mongeau, "Exact sparse approximation problems via mixed-integer programming : Formulations and computational performance," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 64, no. 6, March 2016.
- [10] R. E. Bixby, "A brief history of linear and mixed-integer programming computation," *Doc. Math.*, vol. Optimization Stories, 2012.
- [11] J. A. Tropp and S. J. Wright, "Computational methods for sparse solution of linear inverse problems," *Proc. IEEE*, vol. 98, no. 6, pp. 948–958, June 2010.
- [12] M. Elad, *Sparse and Redundant Representations : From Theory to Applications in Signal and Image Processing*, Springer, 2010.