

# Sujet de stage de M2 Toulouse/Caen

## Régularisation de la distance de Monge-Kantorovich

### Contexte et objectifs du stage

La distance de Monge-Kantorovich est utilisée dans de nombreux domaines, tels que le traitement d'images (interpolation, synthèse de texture et d'image), la vision par ordinateur (classification, segmentation), ou encore l'apprentissage automatique [Santambrogio, 2015]. Elle est définie comme le minimum d'un problème linéaire dépendant de deux distributions de probabilité et possède de nombreuses propriétés intéressantes [Villani, 2008]. Elle est souvent utilisée dans les modèles variationnels pour définir un terme d'attache entre deux distributions dont on souhaite qu'elles soient proches. La minimisation de cette distance vis-à-vis de l'un ou les deux de ses arguments est donc un problème récurrent pour lequel de nombreuses variantes existent [Cuturi and Peyré, 2016].

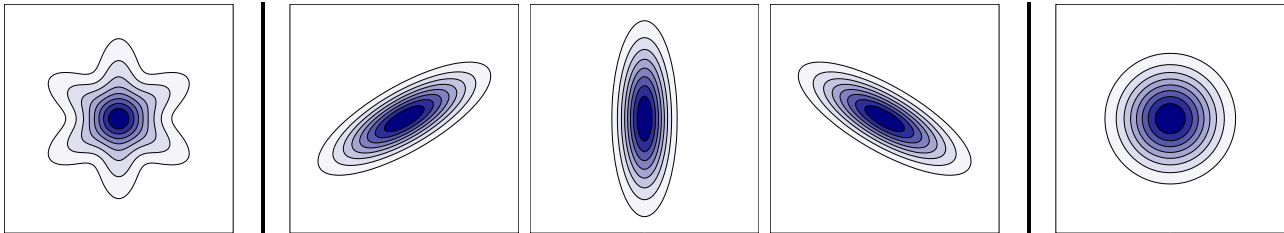


FIGURE 1 – Calcul de la moyenne de Fréchet de 3 distributions (gaussiennes au centre) selon la distance euclidienne (à gauche) et la distance de Monge-Kantorovich (à droite).

L'objectif du projet est d'étudier l'opérateur proximal de la distance de Monge-Kantorovich. L'opérateur proximal permet en effet de construire des algorithmes efficaces de minimisation (le plus classique étant l'algorithme du gradient proximal [Rockafellar, 1976]). Notamment, on s'intéressera à la structure du problème d'optimisation qu'il définit, à la possibilité de le calculer numériquement efficacement, et de l'exploiter pour résoudre des problèmes d'optimisation utilisant la distance de Monge-Kantorovich régularisée entre des mesures non normalisées.

### Pré-requis

- **Formation** : BAC+5 M2 en mathématiques appliquées ;
- **Disciplines** : L'essentiel des notions abordées viendront de l'optimisation convexe et non-lisse. Des connaissances en méthodes variationnelles pour le traitement des images seront appréciées.
- **Compétences en informatique** : La programmation se fera avec Matlab : une maîtrise de ce logiciel serait un plus .

### Aspects pratiques

- Le stage se déroulera à l'Institut de Mathématiques de Toulouse (IMT, Université Paul Sabatier de Toulouse) ;

- durée du stage : de 4 à 6 mois.
- Une indemnité de stage d'environ 550 euros/mois est prévue.

## Encadrement et contacts

L'encadrement du stage sera partagé entre François Malgouyres et Julien Rabin. Pour plus d'informations, écrire de préférence aux deux encadrants pour tout renseignement.

- FRANÇOIS MALGOUYRES, Professeur, Institut de Mathématiques de Toulouse, France  
[Page web](#) ; Email : francois.malgouyres (a) math.univ-toulouse.fr
- JULIEN RABIN, Maître de Conférences, GREYC, Université de Caen Normandie, France  
[Page web](#) ; Email : julien.rabin (a) unicaen.fr

## Références

- [Cuturi and Peyré, 2016] Cuturi, M. and Peyré, G. (2016). A smoothed dual approach for variational wasserstein problems. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 9(1) :320–343.
- [Rockafellar, 1976] Rockafellar, R. T. (1976). Monotone operators and the proximal point algorithm. *SIAM journal on control and optimization*, 14(5) :877–898.
- [Santambrogio, 2015] Santambrogio, F. (2015). *Optimal Transport for Applied Mathematicians*. Progress in Nonlinear Differential Equations and Their Applications. Springer.
- [Villani, 2008] Villani, C. (2008). *Optimal Transport : Old and New*. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften. Springer.