

.1 Correction de la dispersion atmosphérique

.1.1 Principe : correction par prismes de Risley

Pour un objet astronomique observé à une distance zénithale z non nulle (Fig. 2), l'atmosphère se comporte comme un prisme mince d'indice $n(\lambda)$ et produit un déplacement de l'image, qui dépend de la longueur d'onde λ . Pour de grandes distances zénithales, les étoiles paraissent ainsi plus hautes sur l'horizon qu'elles ne le sont véritablement. Cet angle de réfraction dépendant de la longueur d'onde, chaque image d'un objet observé près de l'horizon est en fait *étirée en un petit spectre* (cf. fig. .1.1). Par exemple, si l'on considère une large bande passante, entre H_α (rouge) et $Ca^{++}(K)$ (bleu), la dispersion atmosphérique est de l'ordre de 1" pour une distance zénithale $z = 40^\circ$ et 2" pour $z = 60^\circ$.



FIG. 1 – Prismes de Risley réalisés en 2012 pour PISCO2.

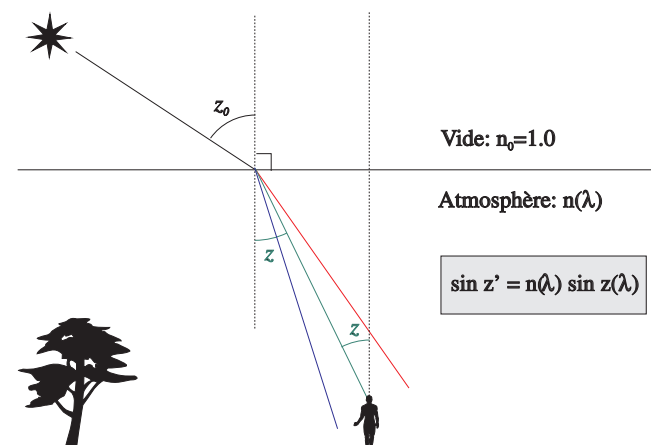


FIG. 2 – Réfraction atmosphérique.

Notons que cet effet est souvent négligé par la plupart des observateurs, car la longueur de ce spectre dans le domaine visible est du même ordre que l'amplitude moyenne de l'agitation des images causée par la turbulence atmosphérique. Par contre cet effet doit être impérative-

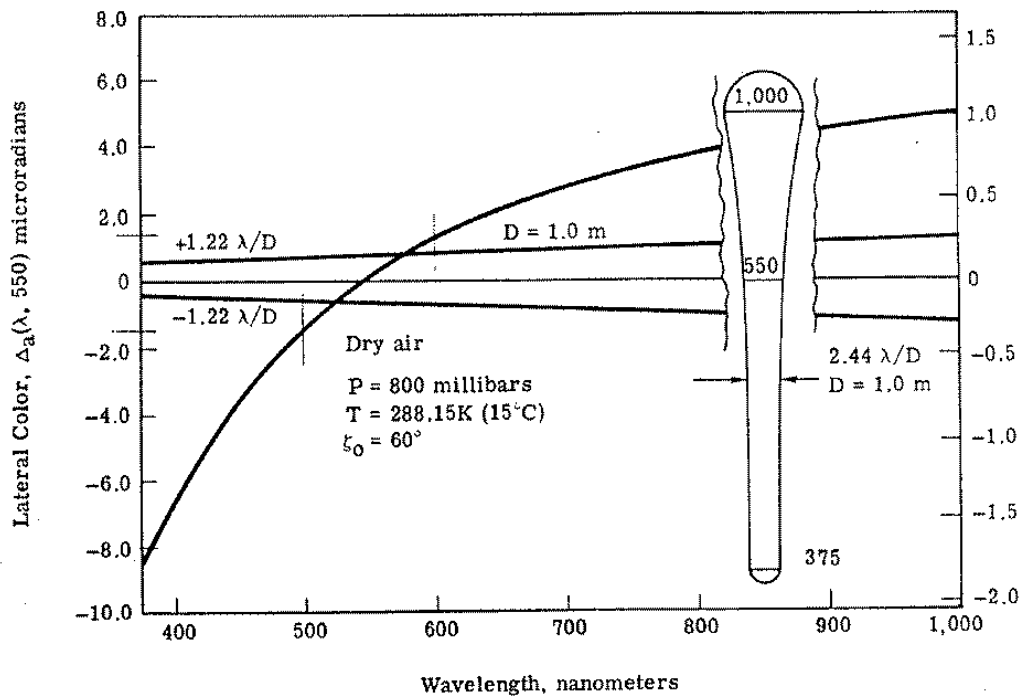


FIG. 3 – Aberration chromatique causée par la réfraction atmosphérique. La dépendance en longueur d'onde de l'indice de l'air crée un étirement de l'image dans le sens vertical. De plus, comme la résolution du télescope dépend linéairement de la longueur d'onde (en λ/D), cette image allongée va en s'élargissant du côté des grandes longueurs d'onde (figure extraite de Wallner et Wetherell, 1990).

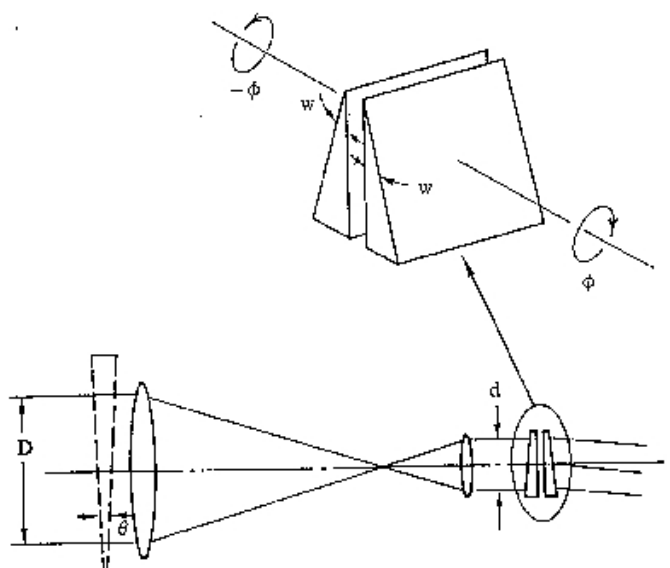


FIG. 4 – Correction de la dispersion atmosphérique avec des prismes de Risley, que l'on fait pivoter autour de l'axe optique, pour obtenir une dispersion résultante $\Delta z' = D/d \Delta z$ qui annule la dispersion atmosphérique Δz . L'atmosphère se comporte comme un prisme mince d'angle θ placé devant la pupille d'entrée du télescope (figure extraite de Wallner et Wetherell, 1990).

ment corrigé pour notre application et toutes celles qui visent à obtenir une haute résolution angulaire.

Pour PISCO, la correction de la dispersion atmosphérique (ADC, Atmospheric Dispersion Correction) est faite avec des prismes de Risley. Il s'agit d'un ensemble de deux jeux identiques de deux prismes (cf. Fig. 4). Chaque jeu est constitué par deux prismes d'indice et d'angle différents disposés tête-bêche. Les caractéristiques de ces prismes ont été choisies de façon à obtenir une déviation moyenne nulle et une dispersion d'amplitude suffisante pour pouvoir corriger la dispersion atmosphérique pour des observations jusqu'à une distance zénithale de 60° (cf. Sect. .1.3).

Pour corriger cette dispersion pour une observation donnée, le programme `tav1.exe` détermine d'abord le module et la direction de la dispersion atmosphérique en utilisant d'un modèle d'atmosphère. Puis il envoie un ordre au microprocesseur de PISCO pour orienter les deux jeux de prismes de Risley de façon à ce que leur dispersion totale soit égale en intensité à la dispersion atmosphérique, mais avec une direction opposée (fig. 4).

.1.2 Calcul de l'angle de correction

La correction à appliquer doit donc se faire dans le sens opposé à la direction du vecteur de dispersion atmosphérique. Cette direction est simplement donnée par la verticale passant par le point visé, mais elle s'exprime de façon assez complexe dans le repère équatorial utilisé pour les observations astronomiques. Nous allons dans cette section déterminer la valeur de l'angle β de la correction de dispersion atmosphérique à appliquer, dans un repère lié à la sphère céleste qui est centré sur la direction de l'objet visé dont l'origine des angles est le

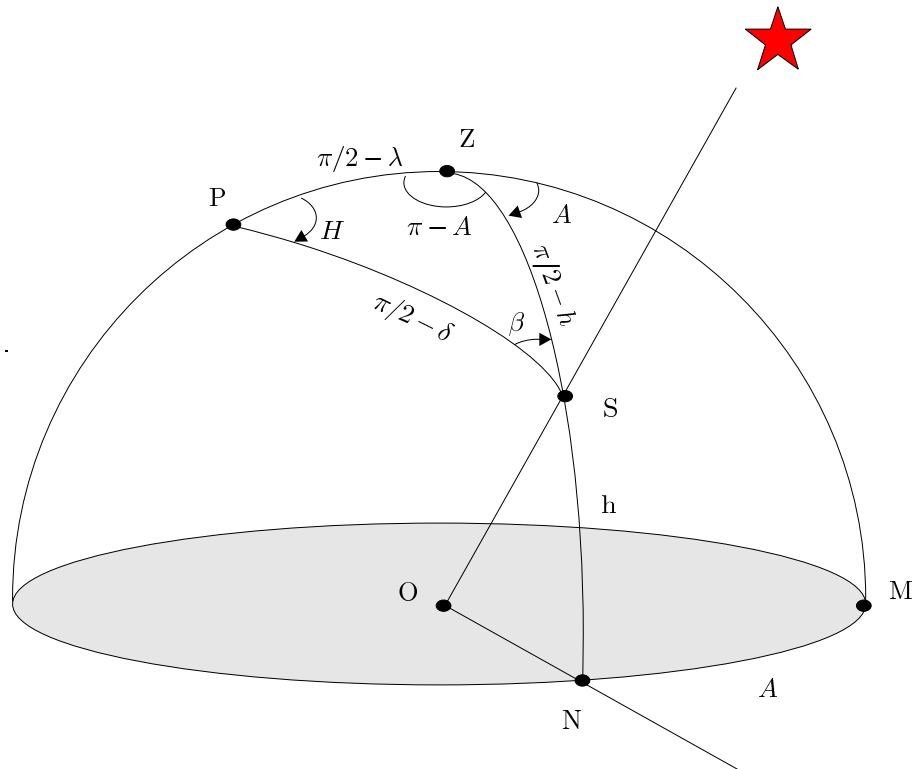


FIG. 5 – Correction de dispersion atmosphérique : définition de l’angle β de la direction de correction.

nord, avec des angles qui sont comptés positivement vers l’Est (voir Fig. .1.2).

Faisons d’abord quelques rappels de trigonométrie sphérique. Considérons par exemple un triangle sphérique ABC dont les sommets A, B, C appartiennent à une sphère de centre O et dont les arêtes sont des arcs de grands cercles de cette sphère (voir Fig. .1.2. Rappelons quelques formules fondamentales qui lient les angles “au sommet” A, B, C et les angles a, b, c des arcs sous-tendus par les arêtes et dont le centre est O :

$$\cos a = \cos b \cos c + \cos A \sin b \sin c$$

$$\cos A = \cos a \sin b \sin c - \cos b \cos c$$

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

De plus, on a : $A + B + C = \pi$

Dans la figure .1.2, l’observateur est situé au point O, la direction du sud est indiquée par le point M, et celle de l’objet visé par S. Le zénith Z est situé à la verticale du lieu, et le pôle céleste P en est distant d’un angle $\pi/2 - \lambda$, où λ est la latitude du lieu d’observation. Dans cette figure, nous avons aussi noté H l’angle horaire \widehat{ZPS} , A l’azimuth \widehat{MZN} , h la hauteur apparente de l’objet, et δ sa déclinaison.

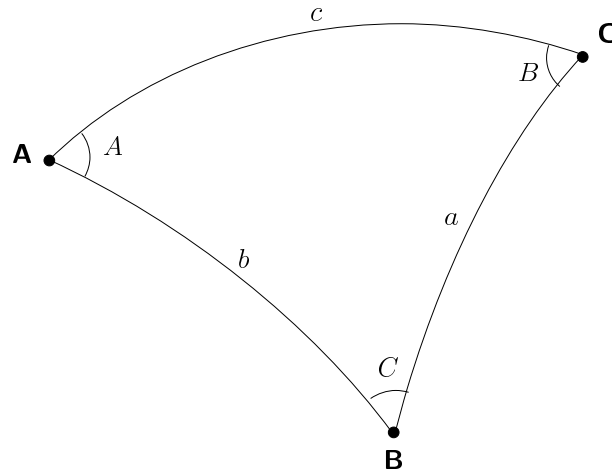


FIG. 6 – Exemple de triangle sphérique

Expression de l'angle horaire H

D'après la figure .1.2, l'angle horaire H d'une étoile d'ascension droite α pour un lieu de longitude L est donné par :

$$H + \alpha = TSL$$

où TSL est le temps sidéral local, correspondant à l'angle horaire en ce lieu du point vernal γ (noeud ascendant du Soleil), origine des ascensions droites. La différence entre TSG , le temps sidéral de Greenwich, et TSL , le temps sidéral local, est égale à la longitude du lieu :

$$TSG = TSL + L$$

De plus, le temps sidéral de Greenwich pour un instant TU donné en temps universel (relatif au jour solaire moyen) est :

$$TSG = TSG_{0H} + TU \times 365.25/366.25$$

où TSG_{0H} est le temps sidéral de Greenwich à 0H. Le rapport $365.25/366.25$ permet la conversion du temps solaire en temps sidéral. On en déduit l'expression de l'angle horaire de l'étoile pour un instant quelconque TU mesuré en temps universel :

$$H = TSG_{0H} + TU \times 365.25/366.25 - \alpha - L \quad (1)$$

Détermination de h et β

Utilisons la relation de trigonométrie sphérique faisant intervenir l'angle au sommet H , et les angles des arêtes du triangle PZS. Cela nous permet d'en déduire la valeur de h :

$$\cos(\pi/2 - h) = \cos(\pi/2 - \delta) \cos(\pi/2 - \lambda) + \cos H \sin(\pi/2 - \delta) \sin(\pi/2 - \lambda)$$

Soit :

$$\sin h = \sin \delta \sin \lambda + \cos H \cos \delta \cos \lambda$$

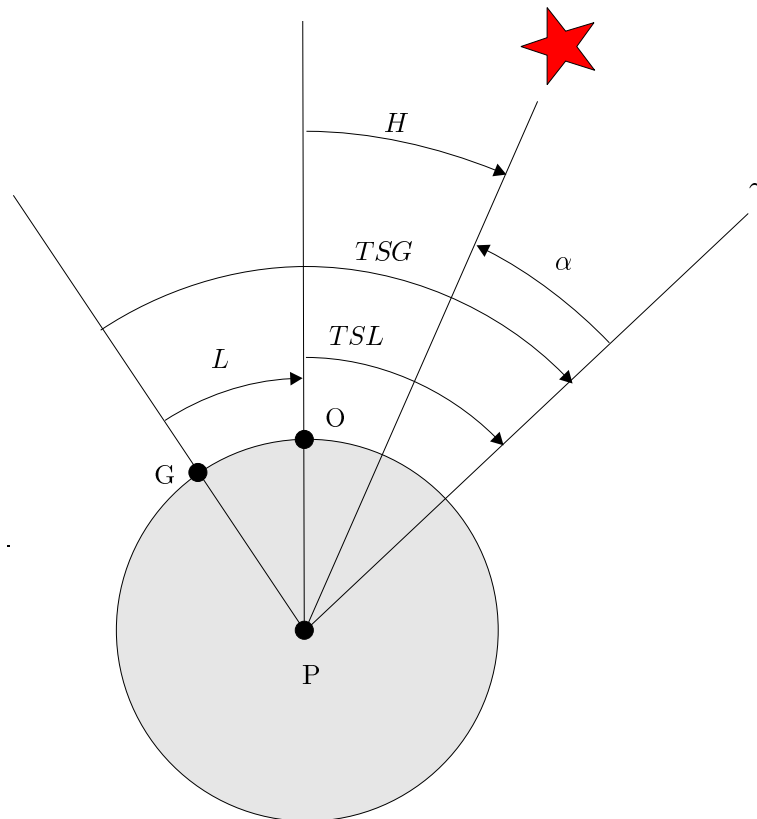


FIG. 7 – Détermination de l'angle horaire H pour un objet d'ascension droite α et un lieu d'observation O situé à une longitude L dans l'hémisphère nord. Le méridien de Greenwich est indiqué par la lettre G . Le point vernal γ est l'origine des ascensions droites, TSG et TSL correspondent respectivement au temps sidéral de Greenwich et au temps sidéral local (dans cette figure tous les angles ont des valeurs algébriques positives).

Utilisons ensuite la relation des sinus pour ce triangle PZS :

$$\frac{\sin(\pi/2 - h)}{\sin H} = \frac{\sin(\pi/2 - \lambda)}{\sin \beta}$$

On en déduit la valeur de β :

$$\sin \beta = \frac{\cos \lambda \sin H}{\cos h}$$

(où λ est la latitude du lieu).

.1.3 Calcul de l'angle des prismes de Risley

Dispersion atmosphérique

La distance zénithale z d'un objet céleste est l'angle entre le zénith et la direction de cet objet. Dans le cas de faibles distances zénithales ($z < 60^\circ$), on peut considérer que la Terre est plate et que l'atmosphère est modélisée comme une couche plane, homogène d'indice n , dépendant de la longueur d'onde λ (cf. Fig. 2). D'après la loi de Descartes, l'angle de réfraction z dans l'atmosphère est tel que :

$$n_0 \sin z_0 = n \sin z$$

où n_0 est l'indice du vide ($n_0=1$). En dérivant cette relation par rapport à λ , on obtient :

$$0 = \frac{dn}{d\lambda} \sin z + \frac{dz}{d\lambda} n \cos z$$

où dz est la *dispersion atmosphérique*. On en déduit la relation suivante, obtenue pour la première fois par Lambert en 1759 :

$$dz = -\frac{\tan z}{n} dn \quad (2)$$

Pour l'air atmosphérique, avec des conditions moyennes pour le Pic du Midi, soit $P=720$ mB (ou 540 mm Hg), $T=0^\circ\text{C}$, un degré d'hygrométrie de 70%, $z=70^\circ$, $\lambda_0=550$ nm, et $\Delta\lambda=100$ nm, on obtient une dispersion $\Delta z=0.85''/100$ nm (ou 0.004 mrad/100 nm) au niveau du foyer Cassegrain. Au TBL, le tavelographe introduit un grandissement de 250 fois (rapport entre les focales du télescope (50 m) et celle du collimateur (0.20 m)), donc il faut corriger une dispersion de $\Delta z' = 250\Delta z=1.0$ mrad/100 nm dans le faisceau parallèle du collimateur de PISCO, où se trouvent les prismes de Risley.

En fait, nous avons imposé aux prismes de PISCO de pouvoir corriger un cas plus défavorable, avec $P=900$ mB (ou 675 mm Hg), $T=0^\circ\text{C}$, un degré d'hygrométrie de 100%, $z=70^\circ$. La dispersion est alors de $\Delta z=1.1''/100$ nm, et la correction nécessaire vaut $\Delta z' = 250\Delta z=1.3$ mrad/100 nm dans le faisceau parallèle du collimateur.

Avec le télescope Zeiss de Merate ($D=1.02$ m, $F=16.25$ m), le grandissement de PISCO est de 81.3 au niveau de la pupille ; la correction nécessaire est donc moindre. Il n'a donc pas été nécessaire de changer le jeu de prismes calculés pour le TBL du Pic du Midi.

Simon (1966, *Astron. J.*, 71, 190) a dérivé une expression plus précise qui tient compte de la rotondité de la Terre, et de la variation d'indice de l'air en fonction de l'altitude, mesurée par des fusées-sondes. Nous avons comparé avec les valeurs de Δz obtenues avec la formule simplifiée (2) dans le domaine qui nous intéresse ($z < 60^\circ$), et obtenu un très bon accord entre elles. Les formules de Simon n'étant valables que pour certaines conditions météorologiques, nous utiliserons dans cette section les formules plus simples qui ne font intervenir qu'une valeur moyenne de l'indice de l'air. Par contre, pour les corrections pendant des observations, le programme `tav1.exe` utilise les formules plus complexes de Simon (1966) ou de Owens (1967) (*J.C. Owens, 1967, Applied Optics, Vol. 6, N°1*) (voir Sect. .1.4).

Calcul de l'angle des prismes pour PISCO

La déviation d'un prisme mince d'indice n et d'angle β est $\alpha = (n - 1)\beta$. Pour un jeu de deux prismes tête-bêche, d'indices n_1 et n_2 et d'angles β_1 et β_2 , la déviation totale $\alpha_{1,2}(\lambda)$ est donc :

$$\alpha_{1,2}(\lambda) = \alpha_1(\lambda) - \alpha_2(\lambda) = [n_1(\lambda) - 1] \beta_1 - [n_2(\lambda) - 1] \beta_2 \quad (3)$$

La dispersion s'obtient en dérivant cette expression par rapport à λ :

$$\frac{d\alpha_{1,2}}{d\lambda}(\lambda) = \beta_1 \frac{dn_1}{d\lambda}(\lambda) - \beta_2 \frac{dn_2}{d\lambda}(\lambda) \quad (4)$$

Pour les prismes de PISCO, nous voulons d'une part que la déviation soit nulle pour $\lambda_0=550$ nm, et d'autre part que la dispersion combinée de ces deux prismes puisse annuler la moitié de la dispersion $\Delta z' = 1.3$ mrad/100 nm induite par l'atmosphère au niveau du faisceau parallèle, dans les conditions $P=900$ mB, $T=0^\circ\text{C}$, un degré d'hygrométrie de 100%, $z=70^\circ$ (cf. section précédente), soit :

$$\alpha_{1,2}(\lambda_0) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\Delta\alpha_{1,2}(\lambda_0)}{\Delta\lambda} = \frac{\Delta z'}{2}$$

où Δ est la variation de la quantité concernée entre $\lambda_0 - 50$ nm et $\lambda_0 + 50$ nm. En substituant avec (3) et (4), il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_2/\beta_1 = (n_1(\lambda_0) - 1)/(n_2(\lambda_0) - 1) \\ \beta_1 = \frac{\Delta z'/2}{\Delta n_1 - \Delta n_2 \times \frac{n_1(\lambda_0) - 1}{n_2(\lambda_0) - 1}} \end{array} \right. \quad (5)$$

Un choix typique est UBK7 (Schott) (équivalent à BK7W OHara) pour le prisme à faible dispersion et LLF6 (Schott) pour le prisme à haute dispersion (Wynne, 1981, *Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society*, 22, 146). Ces deux matériaux ont été choisis pour de grands télescopes car ils ont une bonne transmission dans l'ultra-violet. C'est cette combinaison qui a été utilisée pour le télescope de 1.2m Schmidt UK (UKST à Siding Springs, Australie) et le télescope de 1.2m Schmidt Oschin du Mont Palomar utilisé pour le "Second Palomar Survey" POSS II (Reid et al., 1981, *PASP*, 103, 601). Pour PISCO, comme nous n'avions pas l'intention de travailler dans l'ultra-violet où la turbulence est très importante, nous avons préféré la combinaison F4-SK10 de Schott qui était plus économique.

Dans le cas de la combinaison de prismes en verre F4 et SK10, on a : $n_1(\lambda_0) = n_{F4}(\lambda_0) = 1.62002$ et $n_2(\lambda_0) = n_{SK10}(\lambda_0) = 1.62514$, pour $\lambda_0 = 550$ nm. La première équation de (5)

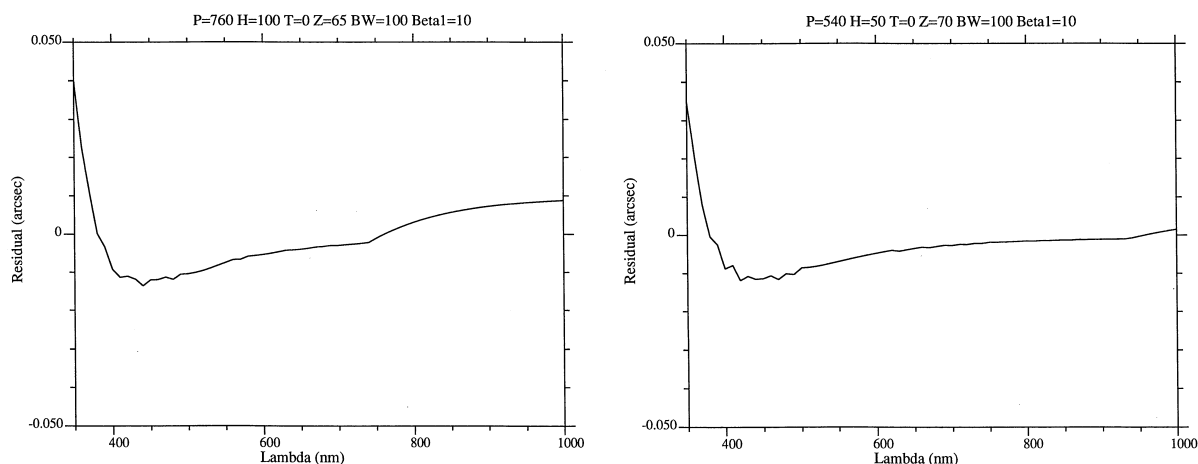


FIG. 8 – Dispersion atmosphérique résiduelle en seconde d’arc, après correction avec les prismes de Risley de PISCO, pour une bande passante de 100 nm. A gauche, pour un site de plaine : P=760 mm Hg, hygrométrie=100%, T=0°C, avec une hauteur sur l’horizon $h=35^\circ$. A droite, pour un site de montagne : P=540 mm Hg, hygrométrie=50%, T=0°C, $h=30^\circ$ (rappelons que 0.050" correspond à la résolution théorique du TBL dans le visible).

conduit à : $\beta_1/\beta_2 = \beta_{F4}/\beta_{SK10} = 0.992$. Entre 500 et 600 nm, on a $\Delta n_{F4} = 0.0106$ et $\Delta n_{SK10} = 0.0070$. Pour pouvoir corriger une dispersion de $\Delta z' = 1.3$ mrad, la seconde équation conduit à : $\beta_{F4} = 10.2^\circ$. En fait, nous avons fait usiner des prismes avec $\beta_{F4} = 10.00^\circ$, et en tenant compte de la contrainte de déviation nulle : $\beta_{SK10} = 9.92^\circ$.

Avec ces valeurs, pour des filtres ayant une bande passante de 100 nm, et balayant l’ensemble du spectre 400–1000 nm, la dispersion résiduelle maximale est inférieure à 0.015", même pour des conditions plus défavorables d’un site en plaine (mais en se limitant à des hauteurs plus grandes que 35°) : P=1013 mB (ou 760 mm Hg), T=0°C, 100% d’hygrométrie, et $z=65^\circ$ (cf. fig 8, à gauche).

Formules pour calculer les indices de réfraction des verres optiques

Pour obtenir la valeur de l’indice de réfraction des verres optiques, on peut utiliser la formule empirique de Sellmeier :

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3\lambda^2}{\lambda^2 - C_3} \quad (6)$$

où λ est la longueur d’onde dans le vide de la lumière considérée. Cette formule a été trouvée par W. Sellmeier en 1871, dans le but d’améliorer l’équation de Cauchy $n \approx a_0 + a_1/\lambda^2$. Pour les verres communs, l’erreur est inférieure à 5×10^{-6} sur le domaine 365–2300 nm, ce qui est de l’ordre des erreurs intrinsèques à la fabrication et à l’homogénéité de ces matériaux. Les valeurs des coefficients pour le verre BK7 fréquemment utilisé pour l’optique sont donnés dans la table .1.3 pour λ en μm .

On peut aussi utiliser les formules données par le constructeur Schott :

$$n^2(\lambda) = c_0 + c_1\lambda^2 + \frac{c_2}{\lambda^2} + \frac{c_3}{\lambda^4} + \frac{c_4}{\lambda^6} + \frac{c_5}{\lambda^8} \quad (7)$$

TAB. 1 – Coefficients de Sellmeier pour le calcul de l'indice de réfraction du verre BK7 (borosilicate de type "crown"), pour λ en μm .

Coefficient	Valeur pour BK7
B_1	1.03961212
B_2	0.231792344
B_3	1.01046945
C_1	$6.00069867 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$
C_2	$2.00179144 \times 10^{-2} \mu\text{m}^2$
C_3	$1.03560653 \times 10^2 \mu\text{m}^2$

TAB. 2 – Paramètres des formules de Schott permettant de calculer l'indice de réfraction des verres F4 et SK10 utilisés pour la fabrication (sur mesure) des prismes de Risley PISCO.

Coefficient	Valeur pour F4	Valeur pour SK10
c_0	2.54469	2.588171
c_1	$-8.5925665 \times 10^{-3}$	$-9.3042171 \times 10^{-3}$
c_2	2.2583116×10^{-2}	1.6075769×10^{-2}
c_3	7.378991×10^{-4}	2.2083748×10^{-4}
c_4	$-9.5060668 \times 10^{-6}$	3.5467529×10^{-6}
c_5	3.82577×10^{-8}	2.6143582×10^{-7}

où λ est la longueur d'onde dans le vide de la lumière considérée. Les coefficients pour λ en μm sont donnés dans la table .1.3.

.1.4 Formules d'indice de l'air atmosphérique

C'est donc la dépendance de l'indice de l'air en fonction de la longueur d'onde, $n(\lambda)$, qui est essentielle pour notre problème. L'indice de l'air atmosphérique a été l'objet de nombreuses études et il existe un certain nombre de formules semi-empiriques, qui reprennent la loi de Gladstone. Nous présentons ici la formule de la réfraction atmosphérique de Owens (1967) que nous utilisons avec succès pour corriger la dispersion atmosphérique avec PISCO et qui est souvent citée dans la littérature astronomique. Cette formule donne l'angle de réfraction d'un rayon de longueur d'onde λ (dans le domaine visible) par rapport au rayon bleu de $\lambda = 400\text{ nm}$:

$$(n - 1) \times 10^8 = \left[2371.34 + \frac{683939.7}{(130 - \lambda^{-2})} + \frac{4547.3}{(38.9 - \lambda^{-2})} \right] D_s + \left[6487.31 + 58.058 \lambda^{-2} - 0.71150 \lambda^{-4} + 0.08851 \lambda^{-6} \right] D_w$$

où D_s et D_w sont les facteurs de densité associés respectivement à l'air sec standard sans CO_2 , et à la vapeur d'eau :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_s = \frac{P_s}{T} \left[1 + P_s \left(57.90 \times 10^{-8} - \frac{9.3250 \times 10^{-4}}{T} + \frac{0.25844}{T^2} \right) \right] \\ D_w = \frac{P_w}{T} \left[1 + P_w \left(1 + 3.70 \times 10^{-4} \times P_w \right) \right. \\ \quad \left. \times \left(-2.37321 \times 10^{-3} + \frac{2.23366}{T} - \frac{710.792}{T^2} + \frac{7.75141 \times 10^4}{T^3} \right) \right] \end{array} \right.$$

Ici P_s est la pression partielle de l'air sec standard supposé contenir 0.03% de CO_2 et P_w est la pression partielle de la vapeur d'eau. D'après l'auteur, ces formules conduisent à des erreurs de l'ordre de 10^{-7} à 10^{-8} sur l'indice de l'air dans les conditions proches des valeurs mesurées en laboratoire.

L'expérience a montré que ces formules, associées à (2), conduisaient à une bonne correction de la dispersion atmosphérique dans la grande majorité des cas. Les seuls rares cas de mauvaise correction, que nous avons observés pour des observations d'étoiles doubles, étaient associés à la présence d'un vent violent. Les pics secondaires des fonctions d'auto-corrélation étaient alors allongés dans le sens du vent.

Nous avons vérifié aussi que les formules de Simon (1966) conduisent à des valeurs très voisines de celles obtenues avec Owens (1967). Le programme `tav1.exe` offre la possibilité de choisir l'un ou l'autre de ces auteurs.

Bibliographie

Owens, J.C, 1967, Applied Optics, Vol. 6, N°1, "Optical refractive index of air : dependence on pressure, temperature and composition"

Simon, 1966, Astron. J., 71, 190