



UNIVERSITÉ TOULOUSE 3  
PAUL SABATIER

# MÉMOIRE

En vue de l'obtention d'une  
**HABILITATION À DIRIGER LES RECHERCHES**

spécialité « Traitement du signal et des images »

École doctorale Mathématiques Informatique et Télécommunications de Toulouse

par

**Hervé CARFANTAN**

Équipe Signal images en sciences de l'Univers

Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie

---

**MODÈLES, ESTIMATEURS ET ALGORITHMES POUR  
QUELQUES PROBLÈMES INVERSES DE TRAITEMENT DU  
SIGNAL ET D'IMAGES EN SCIENCES DE L'UNIVERS**

---

Habilitation à diriger les recherches soutenue le 18 novembre 2014 devant le jury composé de :

JEAN-YVES TOURNERET	Professeur INP-ENSEEIH	(Président)
LAURE BLANC-FÉRAUD	Directrice de Recherche du CNRS, I3S	(Rapporteur)
JEAN-FRANÇOIS GIOVANNELLI	Professeur Université de Bordeaux, IMS	(Rapporteur)
OLIVIER MICHEL	Professeur Université de Grenoble-INP, GIPSA-Lab	(Rapporteur)
ALAIN ABERGEL	Professeur Université Paris Sud	(Examineur)
SYLVIE ROQUES	Directrice de Recherche du CNRS, IRAP	(Examineur)
YANNICK DEVILLE	Professeur Université de Toulouse, IRAP	(Parrain)



*A Laure, Paul, Clément et Aurélien...*



# TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES MATIÈRES	v
INTRODUCTION	1
1 CURRICULUM VITAE DÉTAILLÉ	3
1.1 CURRICULUM VITAE	5
1.1.1 État civil	5
1.1.2 Cursus	5
1.2 ACTIVITÉ D'ENSEIGNEMENT	6
1.2.1 Résumé de l'activité d'enseignement	6
1.2.2 Responsabilités pédagogiques	6
1.3 ACTIVITÉ DE RECHERCHE	7
1.3.1 Résumé de l'activité de recherche	7
1.3.2 Collaborations et expertises	9
1.3.3 Responsabilités scientifiques et administratives	10
1.3.4 Encadrement	12
1.4 LISTE DE PUBLICATIONS 1998-2013	13
1.4.1 Articles de revues et chapitres d'ouvrages	14
1.4.2 Conférences internationales avec actes et comité de lecture	16
1.4.3 Conférences nationales avec actes et comité de lecture	18
1.4.4 Rapports techniques et articles soumis	19
1.4.5 Logiciels et brevet	20
2 CADRE DE TRAVAIL	21
2.1 PROBLÉMATIQUE DE L'ESTIMATION	23
2.2 MODÈLES	24
2.3 ESTIMATEURS	25
2.4 ALGORITHMES	26
2.5 APPLICATIONS EN SCIENCES DE L'UNIVERS	27
3 ANALYSE SPECTRALE DE SIGNAUX IRRÉGULIÈREMENT ÉCHANTILLONNÉS	29
3.1 PRÉSENTATION DU PROBLÈME	31
3.1.1 Échantillonnage irrégulier et spectre de raies	31
3.1.2 Un problème inverse linéaire avec <i>a priori</i> de parcimonie	32
3.2 APPROCHE PAR OPTIMISATION PARCIMONIEUSE	33
3.2.1 Conditions de reconstruction de la solution parcimonieuse	34
3.2.2 Approche par algorithmes gloutons	35
3.2.3 Approche par relaxation convexe	37
3.2.4 Pénalisation $\ell_1$ pour l'analyse spectrale	38
3.3 APPROCHE PAR MODÉLISATION BERNOULLI-GAUSSIENNE	41
3.3.1 Modélisation BG pour l'analyse spectrale	42

3.3.2	Échantillonnage de Gibbs et analyse des échantillons . . . . .	43
3.3.3	Accélération de l'échantillonnage . . . . .	43
3.3.4	Prise en compte de fréquences hors de la grille . . . . .	44
3.4	LIEN AVEC LA DÉCONVOLUTION IMPULSIONNELLE . . . . .	45
3.5	APPLICATION À UN PROBLÈME DE PHYSIQUE NUCLÉAIRE . . . . .	46
3.6	EXTENSION À L'ANALYSE TEMPS-FRÉQUENCE . . . . .	48
3.7	BIBLIOGRAPHIE . . . . .	50
<b>4</b>	<b>IDENTIFICATION AVEUGLE DE DÉTECTEURS À PARTIR D'IMAGES SPOT</b>	<b>55</b>
4.1	IMAGEUR <i>push-broom</i> ET EFFET DE RAYURES SUR LES IMAGES . . . . .	57
4.2	MODÈLE MARKOVIEEN ET ESTIMATEURS ASSOCIÉS . . . . .	58
4.3	ALGORITHMES D'OPTIMISATION . . . . .	59
4.4	PROPRIÉTÉS DES ESTIMATEURS . . . . .	60
4.5	BIBLIOGRAPHIE . . . . .	61
<b>5</b>	<b>RECONSTRUCTION D'IMAGES D'INTERFÉROMÉTRIE : PROJET SMOS</b>	<b>63</b>
5.1	POSITION DU PROBLÈME . . . . .	65
5.2	CORRECTION D'UNE ERREUR SYSTÉMATIQUE . . . . .	66
5.3	RECONSTRUCTION À HAUTE RÉOLUTION EN BORDS DE CÔTES . . . . .	67
5.4	CALIBRATION D'ANTENNES . . . . .	69
5.5	SENSIBILITÉ DE LA RECONSTRUCTION AUX PANNES . . . . .	70
5.6	BIBLIOGRAPHIE . . . . .	71
<b>6</b>	<b>DÉCONVOLUTION D'IMAGES HYPERSPECTRALES : PROJET MUSE</b>	<b>73</b>
6.1	IMAGERIE HYPERSPECTRALE AVEC L'INSTRUMENT MUSE . . . . .	77
6.2	MODÉLISATION ET ESTIMATION DE LA PSF HYPERSPECTRALE DE MUSE . . . . .	79
6.2.1	Modélisation et estimation de la FSF . . . . .	80
6.2.2	Modélisation et calibration de la LSF . . . . .	83
6.3	ALGORITHMES GLOUTONS POUR LA DÉCONVOLUTION IMPULSIONNELLE . . . . .	84
6.4	APPROXIMATION PARCIMONIEUSE SPECTRALE POUR LA DÉCONVOLUTION . . . . .	88
6.5	DÉCONVOLUTION POUR L'ÉTUDE DE LA CINÉMATIQUE DES GALAXIES . . . . .	90
6.6	BIBLIOGRAPHIE . . . . .	92
<b>7</b>	<b>CONCLUSION ET PERSPECTIVES</b>	<b>97</b>
7.1	ANALYSE SPECTRALE ET APPROXIMATIONS PARCIMONIEUSES . . . . .	99
7.2	DÉCONVOLUTION D'IMAGES HYPERSPECTRALES EN ASTROPHYSIQUE . . . . .	102
7.3	DÉCONVOLUTION EN PRÉSENCE DE SATURATION EN OBSERVATION DE LA TERRE . . . . .	104
7.4	BIBLIOGRAPHIE . . . . .	105
<b>8</b>	<b>SÉLECTION DE PUBLICATIONS</b>	<b>107</b>
8.1	ANALYSE SPECTRALE DE SIGNAUX IRRÉGULIÈREMENT ÉCHANTILLONNÉS . . . . .	109
8.1.1	Bourguignon <i>et al.</i> , <i>A &amp; A</i> 2007 . . . . .	109
8.1.2	Bourguignon <i>et al.</i> , <i>IEEE STSP</i> 2007 . . . . .	119
8.1.3	Bourguignon <i>et al.</i> , <i>StaMet</i> 2008 . . . . .	131
8.2	IDENTIFICATION AVEUGLE DE DÉTECTEURS À PARTIR D'IMAGES SPOT . . . . .	142
8.2.1	Carfantan <i>et al.</i> , <i>MaxEnt</i> 2000 . . . . .	142
8.2.2	Carfantan <i>et al.</i> , <i>IEEE GRS</i> 2010 . . . . .	155
8.3	RECONSTRUCTION D'IMAGES INTERFÉROMÉTRIQUES : PROJET SMOS . . . . .	168
8.3.1	Anterrieu <i>et al.</i> , <i>IEEE IGARSS</i> 2008 . . . . .	168
8.3.2	Khazaal <i>et al.</i> , <i>IEEE GRSL</i> 2009 . . . . .	173
8.4	DÉCONVOLUTION D'IMAGES HYPERSPECTRALES : PROJET MUSE . . . . .	179

8.4.1 Villeneuve <i>et al.</i> , <i>IEEE Whispers</i> 2011 . . . . .	179
8.4.2 Bourguignon <i>et al.</i> , <i>IEEE Whispers</i> 2011 . . . . .	184
8.4.3 Villeneuve <i>et al.</i> , <i>IEEE IP</i> 2014 . . . . .	189
8.4.4 Sabri et Carfantan, soumis à <i>IEEE STSP</i> 2014 . . . . .	204



# INTRODUCTION

Ce document a pour objectif de présenter les travaux de recherche que j'ai effectués, dans le but d'obtenir l'habilitation à diriger les recherches.

De par ma situation d'Enseignant-Chercheur en traitement du signal et des images dans un laboratoire d'astrophysique, au sein d'un observatoire des sciences de l'Univers, mon travail de recherche est par nature pluridisciplinaire. Les travaux de recherche que j'ai effectués, et que je souhaite poursuivre dans les années à venir, portent à la fois sur des aspects de traitement du signal et de traitement d'image, ou plutôt d'imagerie, avec des applications en astrophysique ou en observation de la terre.

Le premier chapitre de ce document présente l'environnement dans lequel j'ai exercé mon activité d'enseignant-chercheur depuis mon arrivée à l'université Toulouse 3 – Paul Sabatier. Le lecteur désirant entrer dans le vif du sujet concernant mon travail de recherche peut directement attaquer ce document au chapitre 2 et aux suivants qui constituent le cœur de ce document. Le chapitre 2 consiste en une présentation du cadre de l'estimation pour les problèmes inverses en sciences de l'Univers dans lequel j'ai effectué mon travail de recherche en mettant l'accent sur les aspects liés aux modèles, aux estimateurs et aux algorithmes de calculs des solutions. Les chapitres suivants présentent une synthèse de ces travaux sur quatre problématiques de traitement du signal et d'images en sciences de l'Univers :

- l'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés pour des problèmes de physique stellaire (Chap. 3);
- la calibration aveugle de détecteurs *push-broom* en observation de la terre pour les satellites SPOT (Chap. 4);
- la calibration d'antenne et la reconstruction d'images d'observation de la terre par interférométrie pour le satellite SMOS (Chap. 5);
- la caractérisation et la calibration instrumentale et la déconvolution de données hyperspectrales pour l'instrument MUSE (Chap. 6).

Le chapitre 7 présente une perspective de mes travaux de recherche pour les années à venir. Le chapitre 8 rassemblant quant à lui une sélection de publications sur chacun des thèmes abordés dans ce manuscrit.



# CURRICULUM VITAE DÉTAILLÉ



## SOMMAIRE

1.1 CURRICULUM VITAE . . . . .	5
1.1.1 État civil . . . . .	5
1.1.2 Coursus . . . . .	5
1.2 ACTIVITÉ D'ENSEIGNEMENT . . . . .	6
1.2.1 Résumé de l'activité d'enseignement . . . . .	6
1.2.2 Responsabilités pédagogiques . . . . .	6
1.3 ACTIVITÉ DE RECHERCHE . . . . .	7
1.3.1 Résumé de l'activité de recherche . . . . .	7
1.3.2 Collaborations et expertises . . . . .	9
1.3.3 Responsabilités scientifiques et administratives . . . . .	10
1.3.4 Encadrement . . . . .	12
1.4 LISTE DE PUBLICATIONS 1998-2013 . . . . .	13
1.4.1 Articles de revues et chapitres d'ouvrages . . . . .	14
1.4.2 Conférences internationales avec actes et comité de lecture . . . . .	16
1.4.3 Conférences nationales avec actes et comité de lecture . . . . .	18
1.4.4 Rapports techniques et articles soumis . . . . .	19
1.4.5 Logiciels et brevet . . . . .	20

**L**E poste sur lequel j'ai été recruté à l'Université Paul Sabatier – Toulouse 3 en septembre 1998 avait pour objectif de combler un manque d'enseignants en traitement du signal, associé au souhait du recrutement d'un chercheur ayant des compétences en traitement du signal et des images au Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire Midi-Pyrénées (OMP). Ce poste pluridisciplinaire avait un affichage sur deux sections du Conseil National des Universités (CNU) : la section 61 (génie informatique, automatique et traitement du signal) pour le traitement du signal et des images et la section 34 (astronomie, astrophysique) pour l'astrophysique. De par mon parcours et mes activités scientifiques, tant au niveau de la recherche que de l'enseignement, j'ai naturellement demandé par la suite mon rattachement à la 61<sup>ème</sup> section du CNU sans pour autant m'éloigner des problématiques liées au traitement des données en astrophysique et plus généralement en sciences de l'Univers.

Cet environnement pluri-disciplinaire sera présenté dans ce chapitre, à caractère parfois administratif. Je débiterai par un bref curriculum vitae, suivi par un résumé de mes activités d'enseignement et de recherche. Sans détailler l'ensemble de mes travaux de recherche ici, une synthèse de ces travaux faisant l'objet du reste de ce document, je présenterai brièvement le

contexte dans lequel ils ont été effectués. Cela me permettra de situer les responsabilités scientifiques et administratives que j'ai eu à assumer, les collaborations scientifiques que j'ai pu établir, les encadrements que j'ai effectués ainsi que ma liste de publications.

## 1.1 CURRICULUM VITAE

### 1.1.1 État civil

Hervé Carfantan  
 Groupe Signal Images en Sciences de l'Univers (SISU),  
 Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie (IRAP),  
 Université de Toulouse 3 – Paul Sabatier (UPS),  
 Observatoire Midi-Pyrénées (OMP),  
 14 Avenue Édouard Belin, 31400 Toulouse  
 Tél : 05 61 33 28 66  
 Mél : Herve.Carfantan@irap.omp.eu  
 Web : <http://userpages.irap.omp.eu/~hcarfantan/>

né le 14 janvier 1968,  
 nationalité Française,  
 marié,  
 3 enfants

### 1.1.2 Cursus

*Depuis janvier 2011* : **Maître de Conférences** en 61<sup>ème</sup> section à l'Université Toulouse 3 – Paul Sabatier (UPS). Recherche effectuée au sein du groupe thématique **Signal Images en Sciences de l'Univers** (SISU) de l'Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie (IRAP, UMR 5277 CNRS-UPS) à l'Observatoire Midi-Pyrénées (OMP).

*Septembre 1998 à décembre 2010* : **Maître de Conférences** en 61<sup>ème</sup> section à l'UPS. Recherche effectuée au sein de l'équipe **Signal Image Instrumentation** (S2I) du Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse – Tarbes (LATT, UMR 5572 CNRS-UPS) à l'OMP.

*Sept. 2006 à août 2008* : Accueil en délégation au CNRS à mi-temps dans l'équipe S2I du LATT.

*Janvier à août 1998* : **Post-doctorant** dans la division **Qualité et Traitement de l'Imagerie Spatiale** du Centre National d'Études Spatiales (CNES), Toulouse.

*1996–98* : **Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche** (ATER) à l'Institut Galilée, Université de Paris-Nord (demi-poste durant l'année universitaire 1996–97, puis poste plein jusqu'en janvier 1998), Villetaneuse.

*1993–96* : **Doctorat en sciences, spécialité Automatique et Traitement du Signal**, de l'Université de Paris-Sud, centre d'Orsay, mention Très Honorable. Sujet de thèse : *Approche bayésienne pour un problème inverse non linéaire en imagerie à ondes diffractées*.

Thèse préparée dans le Groupe Problèmes Inverses (GPI), du Laboratoire des Signaux et Systèmes (LSS, UMR 8506 CNRS-Supélec-Université Paris-Sud) sous la direction de A. Mohammad-Djafari. Soutenue le 16 décembre 1996.

Membres du jury : L. Garnero (présidente), B. Chalmond et A. Wirgin (rapporteurs), G. Demoment, D. Lesselier, A. Mohammad-Djafari et K. Sauer.

*1993–96* : **Moniteur de l'enseignement supérieur**, CIES de Versailles.

*1992–93* : **Service National** en tant qu'informaticien à l'État Major des Armées, Ministère de la Défense, Paris.

*1991–92* : **Diplôme d'études approfondies** (DEA) en **Automatique et Traitement du Signal** de l'Université de Paris-Sud, centre d'Orsay, mention Très Bien.

Stage effectué au LSS sous la direction de Jean-Christophe Pesquet : *Estimation de signaux transitoires à l'aide des transformées en ondelettes et paquets d'ondelettes*.

*1987–92* : **Diplôme d'ingénieur**, École Supérieure d'Informatique Électronique Automatique (ESIEA), Paris, mention Très Honorable, avec les félicitations du jury.

## 1.2 ACTIVITÉ D'ENSEIGNEMENT

### 1.2.1 Résumé de l'activité d'enseignement

L'ouverture de mon poste en 61ème section à l'Université Paul Sabatier (UPS) était motivée, du point de vue de l'enseignement, par la création en 1999-2000 de la maîtrise Traitement de l'Information (TdI) commune au département Électronique-Électrotechnique-Automatique (EEA) et au département de Physique, les enseignements de traitement du signal étant jusqu'alors très peu présents à l'UPS. J'ai donc largement participé à la mise en place de cette maîtrise, au niveau des cours, des travaux dirigés et surtout des travaux pratiques, ainsi que dans la responsabilité de plusieurs modules. Par la suite, j'ai activement contribué aux évolutions de cette formation, en tant que parcours Information, Signal, Images et Instrumentation (ISII) de la première année du master EEA à partir de septembre 2004, puis en tant que spécialité Signal, Imagerie et Application (SIA) de la première année de master EEA depuis septembre 2011. Cette dernière évolution nous a permis de proposer, par la fusion de trois master 2, une formation en deux ans de master en traitement du signal et des images et leurs applications, avec en deuxième année un tronc commun et quatre parcours : Imagerie Médicale (IM), Radiophysique Médicale (RM), Télédétection (TD) et Traitement des Signaux, Audio et Vidéo (TSAV). J'ai été responsable, de sa création jusqu'à août 2013, de ce dernier parcours et j'ai pris la responsabilité de l'ensemble du master 2 SIA en septembre 2013. Bien entendu, les enseignements que j'effectue dans cette formation signal/image sont fortement spécialisés, en particulier pour le M2. Ils abordent des thèmes variés du traitement du signal tels que le filtrage numérique ; les signaux aléatoires ; les outils d'analyse spectrale, temps-fréquence et temps-échelle ; l'estimation et l'optimisation. . .

En parallèle de cette formation spécialisée, je n'ai eu de cesse depuis mon recrutement de proposer et de créer de nouveaux enseignements de traitement du signal à l'UPS, pour la plupart moins spécialisés que ceux du master pré-cité, au sein du département EEA et dans d'autres départements de l'UPS (dans le master Physique et Astrophysique du département de physique et dans les formations d'IUP), et en particulier récemment, lors de la création de l'école d'Ingénieurs UPSSITECH et de la mise en place d'enseignements de signal/image en L2 EEA et SPI (Sciences pour l'Ingénieur).

Ces expériences d'enseignement aux différents niveaux de formation, de la licence au master m'ont permis de prendre un recul profitable, même pour les enseignements très spécialisés que j'effectue en master 1 et 2. Cela me permettra à l'avenir d'avoir une vision plus globale de l'enseignement de traitement du signal à l'Université ce qui sera sans nul doute bénéfique pour les futures évolutions de ces enseignements et formations.

### 1.2.2 Responsabilités pédagogiques

- **Responsable du master 2** *Signal, Imagerie et Applications* (SIA) de l'UPS depuis septembre 2013.
- **Responsable du parcours** *Traitement des Signaux, Audio et Vidéo* (TSAV) du **master 2** SIA de l'UPS de septembre 2011 à août 2013.
- **Responsable de l'unité d'enseignement** *Estimation et optimisation*, commune aux parcours TSAV et *Imagerie Médicale* (IM) du **master 2** SIA de l'UPS depuis septembre 2011.
- **Responsable des unités d'enseignement** *Traitement audio et vidéo* (commune aux spécialités SIA et *Electronique des Systèmes Embarqués et Télécommunications – ESET*), *Modélisation et estimation pour les signaux et systèmes* et *Analyse spectrale des signaux et systèmes* (communes aux spécialités SIA et *Ingénierie des Systèmes Temps-Réel – ISTR*) du **master 1** EEA de l'UPS depuis septembre 2011.
- **Responsable de l'unité d'enseignement** *Traitement du signal* en **3ème année de licence** de l'École d'Ingénieurs de l'UPS (UPSSITECH) commune aux spécialités *Systèmes et Micro-*

- systèmes Intelligents (SMI), Systèmes de Télécommunications et Réseaux Informatiques (STRI) et Diagnostic, Instrumentation et Mesures (DIM) depuis septembre 2011.
- **Responsable de l’enseignement** de *Traitement du signal* en **2ème année des licences** EEA et Sciences pour l’Ingénieur (SPI) de l’UPS depuis septembre 2011.
  - **Responsable de l’unité d’enseignement** *Simulations numériques et mathématique statistique* (2007-2010) puis *Simulations numériques et traitement de données expérimentales* (depuis septembre 2011) du **master 2 Recherche** Astrophysique, Sciences de l’Espace, Planétologie.
  - **Responsable de l’unité d’enseignement** *Gestion et analyse de données en astrophysique* (enseignements en traitement du signal, statistique, informatique et projets d’initiation à la recherche) du **master 1** Physique et Astrophysique parcours Astrophysique et Techniques Spatiales depuis septembre 2008.
  - **Membre du conseil de perfectionnement** de l’IUP Ingénierie du Diagnostic de l’Instrumentation et de la Mesure (IDIM) de septembre 2008 à août 2011.
  - **Responsable de l’unité d’enseignement** *Traitement numérique du signal* du **master 1** de l’IUP IDIM de septembre 2008 à août 2011.
  - **Responsable des unités d’enseignement** *Outils pour les signaux et systèmes, Modélisation et estimation pour les signaux et systèmes, Analyse spectrale des signaux et systèmes* du **master 1** EEA parcours Information Signal Image Instrumentation (ISII) de l’UPS de septembre 2004 à août 2010.
  - **Correspondant** du parcours Information Signal Image Instrumentation (ISII) pour l’habilitation 2004 du **master 1** EEAS de l’UPS ;
  - **Responsable de l’unité d’enseignement** *Analyse et Traitement de données* et **Responsable de Travaux Pratiques des unités d’enseignement** *Analyse et Traitement de données, Traitement du Signal et Théorie de l’Information* de la **maîtrise** EEA mention Traitement de l’Information (Tdi) de l’UPS de septembre 1999 à août 2003.

## 1.3 ACTIVITÉ DE RECHERCHE

### 1.3.1 Résumé de l’activité de recherche

En tant qu’Enseignant-Chercheur de la 61ème section du CNU (Génie informatique, automatique et traitement du signal) dans un laboratoire d’astrophysique, au sein d’un observatoire des sciences de l’Univers, mon environnement de travail est pluridisciplinaire. L’objectif de mon travail de recherche est de développer de méthodes de Traitement du Signal et des Images pour les Sciences de l’Univers, qui correspond d’ailleurs à l’intitulé de mon groupe de recherche SISU à l’IRAP. Je me suis intéressé à quelques problèmes de traitement du signal et de traitement d’image, ou plutôt d’imagerie, ayant des spécificités liées à leur application en astrophysique ou en observation de la terre. Plus particulièrement, je me suis penché sur les aspects liés à la modélisation du système d’acquisition et/ou des objets d’intérêt, la construction des estimateurs et le développement d’algorithmes pour le calcul des paramètres à estimer à partir des données.

Ces travaux ont été suscités par des discussions avec des collègues de l’IRAP, l’OMP ou du CNES qui m’ont permis de mettre en avant des spécificité des données ou des systèmes d’acquisition en sciences de l’Univers offrant un challenge du point de vue du traitement des données. Ainsi, par exemple, il était particulièrement excitant de travailler sur les problème de l’analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés du fait que ce sujet avait été peu abordé dans la communauté du traitement du signal ; de même, si le traitement de données hyperspectrales en observation de la terre est maintenant un thème classique du traitement d’image, le cas de données astrophysiques, avec ses spécificités en terme d’objets observés, de mode d’acquisition et de faible rapport signal sur bruit, n’était que très peu abordé par la communauté. Sans dé-

tailler l'ensemble de ces travaux ici, je souhaite les présenter brièvement, ainsi que le contexte dans lequel ils ont été effectués.

Concernant le traitement du signal, je me suis principalement intéressé à un problème classique, l'analyse spectrale, avec des particularités liées au domaine d'application : les signaux à analyser sont irrégulièrement échantillonnés et sont constitués d'une somme de fréquences pures (voir Chap. 3). En effet, de nombreux phénomènes astrophysiques soulèvent des problèmes d'analyse spectrale avec des spectres de raies (par exemple dans le domaine de l'astérosismologie). De plus, hormis dans le cas d'observations satellitaires, les données à disposition sont généralement incomplètes, soit pour des raisons directement liées aux techniques d'observation (alternance jour/nuit), soit pour des causes imprévisibles (dues aux conditions météorologiques) et irrégulièrement échantillonnées. Dans ce cadre, je me suis intéressé au cas particulier de la recherche de spectre de raies en abordant l'analyse spectrale sous la forme d'un problème inverse linéaire, le spectre étant discrétisé sur une grille fréquentielle arbitrairement fine. La recherche de spectre de raie se traduit naturellement comme un a priori de parcimonie du spectre du signal recherché et mes travaux ont rejoint les nombreux travaux liés à la parcimonie. Néanmoins, le cadre de l'analyse spectrale, et plus généralement des problèmes inverses, pose des problèmes différents du cadre classique des approximations parcimonieuses, en particulier liés à la forte corrélation du dictionnaire, sur lesquels nous avons travaillé tant du point de vue théorique qu'algorithmique. Ces travaux ont débuté avec la thèse de S. Bourguignon en 2002, et se sont poursuivis, avec de nouvelles collaborations avec des astrophysiciens du LATT puis de l'IRAP et M. Bazot du CAUP. Ces travaux ont également donné lieu à une collaboration inattendue avec des physiciens travaillant sur la fusion nucléaire (principalement A. Klein au PSFC-MIT et D. Testa au CRPP-EPFL). En effet, l'analyse de fluctuations électromagnétiques est importante pour l'étude et le contrôle de la stabilité magnéto-hydrodynamique des plasmas confinés dans des Tokamak. Cette analyse requiert une décomposition en harmoniques de mesures de ces fluctuations effectuées dans le tore, à des positions irrégulières le long du tore pour les modes toroïdaux et perpendiculaires au tore pour les modes poloïdaux. On retrouve ainsi une problématique proche de la recherche de raies spectrales dans des signaux irrégulièrement échantillonnés, avec cependant des différences, telles que le très faible nombre de données et la mise en œuvre temps réel (une mesure toutes les millisecondes) pour le contrôle. Enfin, en relation avec ces travaux d'analyse spectrale, je me suis intéressé à un problème plus générique de déconvolution impulsionnelle en collaboration avec S. Bourguignon et J. Idier de l'IRCCYN et C. Soussen du CRAN.

Concernant l'imagerie, une partie de mes travaux de recherche porte sur des aspects de modélisation et de calibration de chaînes d'acquisition pour des instruments en astrophysique ou en observation de la terre, ainsi que de caractérisation et de correction de défauts instrumentaux, à des fins de traitement et analyse de données ; l'autre partie portant sur les méthodes de traitement et d'analyse.

Suite à une collaboration avec des collègues du CNES et J. Idier de l'IRCCYN, nous avons proposé une méthode d'estimation des gains résiduels des détecteurs *push-broom* des satellites d'observation de la terre à partir d'images quelconques, ce qui évite de lourdes phases de calibration précise des gains des détecteurs (voir Chap. 4). L'estimation de ces gains permet une correction d'effets de rayure perturbant le traitement et l'analyse des images.

Pour le projet SMOS (*Soil Moisture and Ocean Salinity*, mesure d'humidité des sols et de salinité des océans, voir Chap. 5), satellite d'observation de la terre exploitant le principe d'imagerie interférométrique, les travaux menés avec E. Anterrieu de mon équipe à l'IRAP, durant la thèse de A. Khazaal, ont porté sur la reconstruction d'images. Afin de réduire des erreurs systématiques constatées lors de la reconstruction d'images, nous nous sommes intéressés à la caractérisation de ces erreurs systématiques, induites par le repliement spatial des données dû à la configuration instrumentale, ainsi qu'à l'estimation de paramètres permettant de corriger ces erreurs simulta-

nément à la reconstruction d'images. Nous avons également proposé une nouvelle méthode de reconstruction afin d'améliorer la résolution des images. Enfin, nous avons étudié l'impact de panne de corrélateurs ou d'antennes pour ce principe d'imagerie, tout en proposant des méthodes de reconstruction robustes à ce type de pannes.

Enfin, pour l'instrument MUSE (*Multi Unit Spectroscopic Explorer*), dans le cadre du projet de l'agence Nationale pour la Recherche Dahlia (*Dedicated Algorithms for Hyperspectral Imaging in Astronomy*, ANR 08-BLAN-0253-01), en collaboration avec des collègues de l'IRAP, du CRAL, du LSIIT et de l'OCA, nous avons abordé des problèmes d'analyse et de traitement de données hyperspectrales en astrophysique. Nos premiers travaux sur la modélisation de la PSF (*Point Spread Function*) de l'ensemble de la chaîne d'acquisition d'images hyperspectrales, et de son estimation à partir de données réelles ou de calibration, ont été fondamentaux pour le développement de méthodes de traitement et d'analyse (fusion de données, déconvolution, séparation de sources...) par l'ensemble des partenaires du projet. Nous avons également proposé des méthodes de déconvolution hyperspectrale durant la thèse de E. Villeneuve ou en collaboration avec K. Sabri, post-doctorant IRAP. De façon plus marginale, je me suis également intéressé aux techniques de recalage d'images en observation de la terre (en particulier sur la réduction de biais d'estimation) ou astrophysique (pour des images fortement bruitées) dont je ne parlerai pas par la suite.

Pour l'ensemble de ces travaux, le cadre dans lequel je me suis placé est celui de l'estimation pour les problèmes inverses. Ces travaux ont ainsi généralement nécessité plusieurs étapes :

- Une étape de modélisation, dont l'objectif est la compréhension de la chaîne d'acquisition des données afin d'en obtenir un modèle simple et exploitable pour le traitement et l'analyse des données ainsi que la modélisation des informations que l'on cherche à extraire à partir des données. Avec la terminologie adoptée dans le cadre des problèmes inverses, ces étapes de modélisation visent à décrire le modèle direct et les informations à priori.
- Une étape de construction d'un estimateur, c'est-à-dire d'une règle permettant de donner une valeur aux paramètres d'intérêt à partir des données. L'inférence statistique est un guide utile, mais non indispensable, pour la construction d'estimateurs, dont nous avons la plupart du temps tiré parti.
- Une étape algorithmique où l'on s'intéresse à l'algorithme à mettre en œuvre afin de calculer numériquement la valeur estimée des paramètres d'intérêt pour le jeu de données à disposition.

Bien entendu, ces étapes ne sont pas effectuées de façon linéaires et indépendantes mais sont intimement imbriquées. En effet, les différentes possibilités algorithmiques influent directement sur le choix de l'estimateur, mais également sur la modélisation des informations à extraire et réciproquement. Dans les différents thèmes de recherche que j'ai abordés, j'ai mis l'accent sur l'une ou l'autre, voire sur l'ensemble de ces étapes. Ce cadre sera décrit plus en profondeur dans le Chap. 2 ainsi que pour chacun des problèmes abordés (Chap. 3 à 6).

### 1.3.2 Collaborations et expertises

- **Collaborations principales :**
  - LATT puis IRAP : E. Anterrieu, T. Boehm, N. Bouché, S. Bourguignon, T. Contini, Y. Deville, S. Hosseini, A. Khaazal, I. Meganem, K. Sabri, A. Selloum et E. Villeneuve ;
  - Partenaires de l'ANR Dahlia :
    - Observatoire de la Côte d'Azur (OCA), Nice : S. Bourguignon, D. Mary et E. Slezack ;
    - Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection (LSIIT), Strasbourg : V. Mazet, M. Petremant ;
    - Centre de Recherche Astrophysique de Lyon (CRAL) : R. Bacon et A. Jarno ;
  - Centre National d'Études Spatiales (CNES), Toulouse : T. Bret-Dibat, B. Beghin, P. Kubik, V. Martin, A. Meygret et B. Rougé ;

- Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN) : C. Soussen ;
- Centre de Recherche en Physique des Plasmas (CRPP), École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Suisse : D. Testa ;
- Centro de Astrofísica da Universidade do Porto (CAUP), Portugal : M. Bazot ;
- Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes (IRCCYN) : S. Bourguignon et J. Idier ;
- Laboratoire de Mathématiques Appliquées Informatique et Automatique pour l’Aérien (MAIAA) de l’École Nationale de l’Aviation Civile (ENAC) : M. Mongeau
- Laboratoire des Sciences et Techniques de l’Information, de la Communication et de la Connaissance (Lab-STICC) : J. Ninin ;
- Observatoire de Leiden, Pays-Bas : L. Jolissaint et D. Serre.
- Plasma Science and Fusion Center (PSFC), Massachusetts Institute of Technology (MIT), Cambridge, USA : A. Klein ;
- **Expertise de revues et conférences internationales et nationales** : IEEE Transactions on Signal Processing, IEEE Transactions on Image Processing, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE Signal Processing Letters, Signal Processing, IET Signal Processing, Signal Image and Video Processing (SIVP), Eusipco, ECMSM, Traitement du signal, colloques GRETSI.
- **Expertise pour des programmes de recherche** : Programme national de télédétection spatiale ; Fond de recherche sur la nature et les technologies du Québec.
- **Invitation à des séminaires** : Thalès, octobre 2013 ; IRTIT septembre 2013 ; École thématique Reconstruction d’images, juin 2012 ; Institut de Mathématiques de Bordeaux, mars 2012 ; INRA Toulouse, janvier 2012 ; Institut de Mathématiques de Toulouse, mai 2011 ; CNES, Centre de Compétences Techniques Traitement du Signal et des Images, mars 2011 ; Observatoire Midi-Pyrénées, PPF PSI, novembre 2010 et avril 2009 ; LATT, février 2010 ; Observatoire de la Côte d’Azur, PPF-ISSO, OCA, mai 2009 et mars 2008.
- **Jury de thèse de doctorat** :
  - P.-A. Barrière, *Développement d’algorithmes d’inversion rapides et propositions relatives à la configuration du montage de mesures dans un contexte de tomographie micro-ondes appliquée à la détection du cancer du sein*, École Polytechnique de Montréal, Québec, Canada, Décembre 2008.
  - N. Bercher, *Précision de l’altimétrie satellitaire radar sur les cours d’eau : développement d’une méthode standard de quantification de la qualité des produits alti-hydrologiques et applications*, AgroParisTech-ENGREF, Montpellier, novembre 2008.
  - O. Rabaste, *Tomographie acoustique océanique discrète par petits fond*, Université de Rennes I, Brest, novembre 2006.
- **Jury de stages de DEA et master** :
  - Membre du jury de stage du master 2 SIA de l’UPS depuis 2011.
  - Membre du jury de stage du DEA puis master 2 Signal, Image, Acoustique et Optimisation (SIAO) de l’UPS de 1999 à 2011.
  - Membre ponctuel des jurys de stage de l’TUP (puis master) Ingénierie du Diagnostic, de l’Instrumentation et de la Mesure (IDIM), parcours Technologies et Méthodologies Médicales (TMM) et du master 2 Astrophysique, Sciences de l’Espace et Planétologie (ASEP) de l’UPS.

### 1.3.3 Responsabilités scientifiques et administratives

De par mes thèmes et projets de recherche et l’environnement de mon travail de recherche – le traitement du signal et des images dans un observatoire des Sciences de l’Univers – j’ai assumé

des responsabilités collectives et d'animation scientifique. De plus, je me suis impliqué dans la vie de mon laboratoire et plus généralement de l'Université.

#### Responsabilités scientifiques :

- **Responsable** de l'action scientifique transverse de l'OMP « Analyse et Traitement de Données » depuis janvier 2012 (50 personnes concernées).
- **Correspondant** du LATT puis de l'IRAP du **projet de l'Agence Nationale de la Recherche** (ANR) 08-BLAN-0253-01 Dahlia : *Dedicated Algorithms for Hyperspectral Imaging in Astronomy*, 2008-2013. Projet en partenariat avec l'OCA (Observatoire de la Côte d'Azur), le CRAL (Centre de Recherche en Astrophysique de Lyon) et le LSIIT (Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection); 16 personnes concernées au sein de l'ANR dont 7 sur Toulouse.
- **Correspondant** de l'OMP du **Plan Pluri-Formation** (PPF) « Images et Signaux en Sciences de l'Observation » (ISSO) de l'OCA, l'Université de Nice Sophia Antipolis, 2007-2011 (50 personnes concernées).
- **Correspondant** du LATT du PPF « Pôle Signal Image » (PSI) de l'OMP, 2006-2010 (50 personnes concernées); organisation de journées scientifiques autour des thèmes de l' « Optimisation » et de la problématique de « Données manquantes » (20 à 30 participants).
- **Responsable de l'équipe** « Signal Image Instrumentation » (S2I) du LATT durant les contrats quadriennaux 2003-2006 et 2007-2010; équipe constituée en moyenne de 9 permanents et 10 non permanents (thésards, post-doctorants et ingénieurs en CDD).

#### Responsabilités administratives :

- Membre élu du **conseil du département** Électronique, Électrotechnique, Automatique (EEA) de l'UPS depuis février 2012.
- Membre de la **commission pédagogique** du département EEA de l'UPS depuis février 2012.
- Membre élu du **conseil de laboratoire** de l'IRAP depuis janvier 2011.
- Membre élu au **conseil** de l'Observatoire Midi-Pyrénées (également conseil du Pôle Univers, Planète, Espace, Environnement de l'UPS), de juin 2008 à juin 2012.
- Membre élu du **conseil de laboratoire** du LATT de janvier 2003 à décembre 2011.
- Membre élu de la **commission de spécialiste** de la 61<sup>ème</sup> section de l'UPS de septembre 2001 à janvier 2009, membre du bureau (assesseur) de septembre 2001 à février 2005.
- Membre de la **commission Informatique** du LATT de septembre 2000 à décembre 2004.

#### Responsabilités contractuelles

- J'ai été responsable pour l'UPS du **contrat ANR** 08-BLAN-0253-01 Dahlia sur les années 2008 à 2013 (montant 44,5k€ hors personnel)
- J'ai été responsable d'un **contrat de Recherche et Développement** avec le CNES sur la *Reconstruction et correction de la tache image en présence de sur-éclairement*, d'octobre 2012 à novembre 2013 (montant 70k€).
- J'ai été responsable de 3 **contrats de Recherche et Développement** avec le CNES, en collaboration avec J. Idier au LSS puis à l'IRCCYN, sur *l'Estimation de paramètres instrumentaux à partir d'images SPOT*, sur les années 1999, 2000 et 2001 (pour des montants respectifs de 18,3k€, 16k€ et 20,5k€).

Ces contrats ont impulsé les travaux de recherche que j'ai effectués, en collaboration avec J. Idier, sur l'identification aveugle de paramètres de la réponse instrumentale en observation de la terre.

### 1.3.4 Encadrement

Mes travaux de recherche m'ont amené à encadrer 3 doctorants, 14 stagiaires de DEA/master 2 ou dernière année d'école d'Ingénieurs et 4 stagiaires de 3ème année de Licence, master 1 ou 2ème année d'école d'ingénieurs durant les années 1998-2014. J'ai également collaboré avec 2 post-doctorants de l'équipe SISU de l'IRAP.

#### Encadrement de doctorants

- J'ai co-encadré (à 80%) avec É. Anterrieu la thèse d'Emma Villeneuve sur la « Déconvolution de données hyperspectrales pour l'instrument MUSE du VLT » qui a débuté le 1er novembre 2009 sur une allocation MESR; spécialité Signal, Image, Acoustique et Optimisation (SIAO) de l'école doctorale Mathématique Informatique Télécommunication de Toulouse (MITT) de l'UPS.  
Thèse soutenue le 10 décembre 2012 devant le jury : Y. Deville (Président), J.-F. Giovannelli (rapporteur), L. Mugnier (rapporteur), É. Slezak, H. Carfantan et É. Anterrieu.  
E. Villeneuve est actuellement post-doctorante dans le groupe de recherche en Cybernétique de l'Université de Reading, Royaume-Uni, sur le projet SPHERE (*Sensor Platform for HHealthcare in a Residential Environment*).
- J'ai co-encadré (à 50%) avec É. Anterrieu la thèse d'Ali Khazaal sur des « algorithmes de reconstruction d'image pour le satellite SMOS » qui a débuté le 1er octobre 2006 sur une allocation CNES/Région; spécialité SIAO de l'école doctorale MITT de l'UPS.  
Thèse soutenue le 30 octobre 2009 devant le jury : G. Caudal (président), Ph. Waldteufel (rapporteur), J.-F. Giovannelli (rapporteur), Y. Deville, Y. Kerr, E. Anterrieu, F. Cabot et H. Carfantan.  
A. Khazaal est actuellement post-doctorant au Centre Spatial de la Biosphère (CESBIO) et travaille sur l'exploitation des données SMOS.
- J'ai encadré à 100% (dérogation) la thèse de Sébastien Bourguignon sur l'« Analyse spectrale à haute résolution de signaux irrégulièrement échantillonnés : application à l'astrophysique » qui a débuté le 1er octobre 2002 sur une allocation MESR; spécialité SIAO de l'école doctorale MITT de l'UPS.  
Thèse soutenue le 14 décembre 2005 devant le jury : J.-Y. Tourneret (président), T. Chonavel et J. Idier (rapporteurs), A. Bijaoui, Y. Deville, S. Roques et H. Carfantan.  
S. Bourguignon est maintenant maître de Conférences à l'École centrale de Nantes et effectue sa recherche à l'IRCCYN dans l'équipe Analyse et Décision en Traitement du Signal et de l'Image.

#### Encadrement de stagiaires

- Mégane Boudineau, stage Ingénieur de l'école Centrale de Nantes, *Modélisation Bernoulli-Gaussien étendue pour la recherche de périodicités dans un signal irrégulièrement échantillonné : application à la détection d'exo-planètes*, avril-septembre 2014 ;
- Charles Hessel, stage de Master 2 Indifférencié Signal, Imagerie et Application (SIA) de l'UPS, *Déconvolution d'images en présence de saturation : application en observation de la terre et en astrophysique*, mars-août 2014 ;
- El Mahdi Bazaoui, stage de Master 2 Indifférencié SIA de l'UPS, *Interface Matlab pour un algorithme d'optimisation : application à la déconvolution d'images*, mai-août 2013 ;
- Valentin Alvarez, stage de Master 2 Indifférencié Intelligence artificielle, Reconnaissance des formes, Robotique (IRR) de l'UPS, en co-encadrement avec Nicolas Bouché, *Traitement du signal pour l'étude de la cinématique des galaxies*, mars-août 2012 ;

- Louis Maire, stage de Master 2 Professionnel Techniques Spatiales et Instrumentation (TSI) de l'UPS, *Calibration de l'instrument MUSE : identification de la PSF spectrale*, mai-août 2011 ;
- Xiao Wei Zhao, stage de master 2 Recherche Signal, Image, Acoustique et Optimisation (SIAO) de l'UPS, *Estimation de périodes de signaux irrégulièrement échantillonnés : application à l'astrophysique*, mars-juin 2007 ;
- Abdelouahed Lasfar, stage de 3ème année de licence Architecture et Ingénierie des Systèmes Electroniques et Microélectroniques (AISEM) de l'UPS, *Développement d'une interface graphique en GTK+-1.2 pour un logiciel d'analyse spectrale*, mai-juin 2006 ;
- Caroline Nyczak, stage de 2ème année de l'École Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg (ENSPS), *Imagerie à haute résolution pour le satellite SMOS*, mars-juin 2006 ;
- Ali Khazaal, stage de DEA SIAO de l'UPS, *Algorithmes d'optimisation pour une représentation parcimonieuse de signaux bruités*, mars-juin 2006 ;
- Nicolas Bercher, stage de DEA SIAO de l'UPS, *Traitement d'images pour la caractérisation morphologique des galaxies*, juin 2004 ;
- Hérald Rabeson, stage de DEA SIAO et Ingénieur École nationale supérieure d'ingénieurs de constructions aéronautiques (ENSICA), *Analyse temps-fréquence de signaux irrégulièrement échantillonnés : application à l'astrophysique*, mars-juin 2004 ;
- Pierre-Yves Foucher, stage de Master 1 EEA, Université Paris Sud-Orsay / ENS-Cachan, *Mise en correspondance de données : application à des spectres stellaires*, mai-juin 2003 ;
- Audrey Giremus, stage de DEA SIAO et Ingénieur de l'École nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace (SupAéro), *Déconvolution d'images multi-vues à faible rapport signal sur bruit : application à l'astrophysique*, avril-septembre 2002 ;
- Sébastien Bourguignon, stage de DEA SIAO de l'UPS, *Analyse spectrale haute résolution de signaux à données manquantes : application à l'astrophysique*, mars-juin 2002 ;
- Sandrine Pallota, stage libre de maîtrise de Physique de l'UPS, *Tests et validation de méthodes d'estimation de paramètres instrumentaux à partir d'images SPOT*, septembre-décembre 2001 ;
- Loïc Jahan, stage de DEA SIAO de l'UPS, *Analyse spectrale haute résolution de données pauvres : application à l'astérosismologie*, mars-juin 2001 ;
- Olivier Antoine, stage de DEA et Ingénieur de l'École nationale supérieure d'électrotechnique, d'électronique, d'informatique, d'hydraulique et des télécommunications (ENSEEIH), *Estimation de paramètres instrumentaux à partir d'images SPOT*, avril-septembre 2000 ;
- Stéphane Lesage, stage de DEA SIAO et Ingénieur ENSEEIHT, *Estimation de paramètres instrumentaux à partir d'images SPOT*, avril-septembre 1999.

#### Post-doctorants

- Khalid Sabri, post-doctorant CNRS, *Algorithmes gloutons pour la déconvolution de données hyperspectrales en astrophysique*, janvier 2009 à décembre 2010 ;
- Ahmed Selloum, post-doctorant ANR Dahlia, *Algorithmes de séparation aveugle de spectres à partir de données hyperspectrales en astrophysique*, février 2011 à décembre 2012 ;
- Ahmed Selloum, post-doctorant sur contrat de Recherche et Développement avec le CNES, *Reconstruction et correction de la tache image en présence de sur-éclairage*, janvier 2013 à octobre 2013.

## 1.4 LISTE DE PUBLICATIONS 1998-2013

La liste de mes publications sur la période 1998-2013 ci-dessous fait apparaître en bleu souligné les noms des doctorants et post-doctorants avec lesquels j'ai publié.

### 1.4.1 Articles de revues et chapitres d'ouvrages

- Villeneuve et Carfantan. (2014) : [E. Villeneuve](#) et **H. Carfantan**. Non linear deconvolution of hyperspectral data with MCMC for studying the kinematics of galaxies. *IEEE Transactions on Image Processing*, 23(10) :4322 - 4335, octobre 2014.
- Testa et al. (2014) : D. Testa, **H. Carfantan**, A. Goodyear and JET-EFDA contributors. Implementation of a Novel Real-Time Controller for the Detection and Tracking of Magneto-Hydrodynamic Instabilities on the JET Tokamak. *Plasma and Fusion Research*, 9(1405003), janvier 2014.
- Bourguignon et Carfantan (2013) : [S. Bourguignon](#) et **H. Carfantan**. Estimation de spectres de raies pour des signaux irrégulièrement échantillonnés en astrophysique. *Méthodes d'inversion appliquées au traitement du signal et de l'image*, J.-F. Giovannelli et J. Idier Ed., Traité IC2, Hermès, 2013.
- Bazot et al. (2012) : M. Bazot, T. L. Campante, W. J. Chaplin, **H. Carfantan**, T. R. Bedding, X. Dumusque, A.-M. Broomhall, P. Petit, S. Theado, V. Van Grootel, T. Arentoft, M. Castro, Christensen-Dalsgaard J., J. Dias do Nascimento, B. Dintrans, H. Kjeldsen, M. J. P. F. G. Monteiro, N. C. Santos, S. Sousa et S. Vauclair. Estimating the p-mode frequencies of the solar twin 18 Scorpii. *Astronomy and Astrophysics*, 544, août 2012.
- Testa et al. (2011a) : D. Testa, **H. Carfantan**, M. Toussaint, R. Chavan, Y. Fournier, J. Guterl, J.B. Lister, T. Maeder, J.-M. Moret, A. Perez, F. Sanchez, B. Schaller, C. Slater, M. Stoeck et G. Tonetti. Assessment of the iter high-frequency magnetic diagnostic set. *Fusion Engineering and Design*, 86(6-8) :1149–1152, octobre 2011.
- Testa et al. (2011b) : D. Testa, **H. Carfantan**, A. Fasoli, A. Goodyear, Q. King, P. Blanchard, A. Klein, P. Lavanchy, Panis T. and JET-EFDA contributors. The JET Alfvén eigenmode local manager for the real-time detection and tracking of a frequency-degenerate spectrum of MHD instabilities. *Fusion Engineering and Design*, 86(4-5) :381–392, juin 2011.
- Bazot et al. (2011) : M. Bazot, M. J. Ireland, D. Huber, T. R. Bedding, A.-M. Broomhall, T. L. Campante, **H. Carfantan**, W. J. Chaplin, Y. Elsworth, J. Meléndez, P. Petit, S. Théado, V. van Grootel, T. Arentoft, M. Asplund, M. Castro, J. Christensen-Dalsgaard, J. D. Do Nascimento, B. Dintrans, X. Dumusque, H. Kjeldsen, H. A. McAlister, T. S. Metcalfe, M. J. P. F. G. Monteiro, N. C. Santos, S. Sousa, J. Sturmann, L. Sturmann, T. A. Ten Brummelaar, N. Turner et S. Vauclair. The radius and mass of the close solar twin 18 Scorpii derived from asteroseismology and interferometry. *Astronomy and Astrophysics*, 526 :L4, février 2011.
- Testa et al. (2010a) : D. Testa, **H. Carfantan**, A. Goodyear, P. Blanchard, A. Klein, T. Panis and JET-EFDA contributors. The JET Alfvén eigenmode local manager for the real-time detection and tracking of MHD instabilities. *EPL (Europhysics Letters)*, 92 :50001, décembre 2010.
- Panis et al. (2010) : T. Panis, D. Testa, A. Fasoli, A. Klein, **H. Carfantan**, P. Blanchard and JET-EFDA Contributors. Optimization of the active MHD spectroscopy system on JET for the excitation of individual intermediate and high-n Alfvén eigenmodes. *Nuclear Fusion*, 50(8) :084019, août 2010.

- Testa et al. (2010b) : D. Testa, N. Mellet, T. Panis, P. Blanchard, **H. Carfantan**, A. Fasoli and JET-EFDA contributors. The dependence of the damping rate of medium-n toroidal Alfvén eigenmodes on the edge plasma elongation in JET. *Nuclear Fusion*, 50(8) :084010, août 2010.
- Testa et al. (2010c) : D. Testa, **H. Carfantan**, R. Chavan, J. B. Lister, J.-M. Moret et M. Toussaint. Functional performance analysis and optimization for the high-frequency magnetic diagnostic system in Iter-I : Overview of the results. *Fusion Science And Technology (technical paper)*, 57 :208–237, avril 2010.
- Testa et al. (2010d) : D. Testa, **H. Carfantan**, R. Chavan, J. B. Lister, J.-M. Moret et M. Toussaint. Functional performance analysis and optimization for the high-frequency magnetic diagnostic system in Iter-II : Detailed overview of the analysis method and of the test calculations. *Fusion Science And Technology (technical paper)*, 57 :238–273, avril 2010.
- Carfantan et Idier (2010) : **H. Carfantan** et J. Idier. Statistical linear destriping of satellite-based pushbroom-type images. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 48(4) : 1860–1871, avril 2010.
- Testa et al. (2010e) : D. Testa, M. Toussaint, R. Chavan, J. Guterl, J.-M. Lister, J.B. and Moret, A. Perez, F. Sanchez, B. Schaller, G. Tonetti, A. Encheva, G. Vayakis, C. Walker, Y. Fournier, T. Maeder, A. Le-Luyer, P. Moreau, G. Chitarin, E. Alessi, R.S. Delogu, A. Gallo, N. Marconato, S. Peruzzo, M. Preindl, **H. Carfantan**, E. Hodgson, J. Romero, R. Vila, B. Brichard et L. Vermeeren. The magnetic diagnostic set for iter. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 38 (3) :284–294, mars 2010.
- Khazaal et al. (2009) : [A. Khazaal](#), **H. Carfantan** et É. Anterrieu. On the reduction of the systematic error in imaging radiometry by aperture synthesis : a new approach for the SMOS space mission. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters.*, 6 :47–51, janvier 2009.
- Klein et al. (2008) : A. Klein, **H. Carfantan**, D. Testa, A. Fasoli, J. Snipes and JET EFDA (contributors). A sparsity based method for the analysis of magnetic fluctuations in unevenly-spaced mirnov coils. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 50(125005), octobre 2008.
- Bourguignon et Carfantan (2008a) : [S. Bourguignon](#) et **H. Carfantan**. New methods for fitting multiple sinusoids from irregularly sampled data. *Statistical Methodology*, 5 :318–327, juillet 2008.
- Carfantan et Mohammad-Djafari (2008) : **H. Carfantan** et A. Mohammad-Djafari. Diffraction tomography. Dans *Bayesian approach for inverse problems*, J. Idier, Ed. pages 333–353, ISTE and John Wiley, 2008.
- Bourguignon et al. (2007a) : [S. Bourguignon](#), **H. Carfantan** et J. Idier. A sparsity-based method for the estimation of spectral lines from irregularly sampled data. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, Issue : Convex Optimization Methods for Signal Processing, 1(4), décembre 2007.
- Bourguignon et al. (2007b) : [S. Bourguignon](#), **H. Carfantan** et T. Böhm. SparSpec : a new method for fitting multiple sinusoids with irregularly sampled data. *Astronomy and Astro-*

*physics*, 462 :379–387, janvier 2007.

Carfantan et Mohammad-Djafari (2001) : **H. Carfantan** et A. Mohammad-Djafari. Tomographie de diffraction. Dans *Approche bayésienne pour les problèmes inverses*, J. Idier, Ed. pages 321–341. Traité IC2, Hermès, 2001.

#### 1.4.2 Conférences internationales avec actes et comité de lecture

Selloum et al. (2013b) : [A. Selloum](#), Y. Deville et **H. Carfantan**. Separation of stellar spectra from hyperspectral images using partial filtering constrained by a parametric spatial mixing model. Dans *11th International Workshop IEEE Electronics, Control, Measurement, Signals and their application to Mechatronics*, Toulouse, France, juin 2013.

Villeneuve et Carfantan (2012) : [E. Villeneuve](#) et **H. Carfantan**. Hyperspectral data deconvolution for galaxy kinematics with MCMC. Dans *20th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Bucarest, Romania, août 2012.

Testa et al.(2011 c) : D. Testa, T. Panis, A. Fasoli, P. Blanchard, **H. Carfantan**, A. Goodyear, N. Mellet, S. E. Sharapov, D. Spong, and JET-EFDA contributors Measurement and Theoretical Modeling of the Damping Rate of Medium-N Toroidal Alfvén Eigenmodes in JET. Dans *12th IAEA TCM on Energetic Particles in Magnetic Confinement Systems*, Texas, USA, septembre 2011.

Villeneuve et al. (2011a) : [E. Villeneuve](#), **H. Carfantan** et D. Serre. PSF estimation of hyperspectral data acquisition system for ground-based astrophysical observations. Dans *3rd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*, Lisbonne, Portugal, juin 2011.

Bourguignon et al. (2011a) : [S. Bourguignon](#), **H. Carfantan**, E. Slezak et D. Mary. Sparsity-based spatial-spectral restoration of MUSE astrophysical hyperspectral data cubes. Dans *3rd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*, Lisbonne, Portugal, juin 2011.

Meganem et al. (2011) : I. Meganem, Y. Deville, S. Hosseini, **H. Carfantan** et M.S. Karoui. Extraction of stellar spectra from dense fields in hyperspectral MUSE data cubes using non-negative matrix factorization. Dans *3rd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*, Lisbonne, Portugal, juin 2011.

Bourguignon et al. (2011a) : [S. Bourguignon](#), C. Soussen, **H. Carfantan** et J. Idier. Sparse deconvolution : Comparison of statistical and deterministic approaches. Dans *IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*, Nice, France, juin 2011.

Testa et al.(2010 f) : D. Testa, **H. Carfantan**, M. Toussaint, R. Chavan, Y. Fournier, J. Guterl, J.B. Lister, T. Maeder, J.-M. Moret, A. Perez, F. Sanchez, B. Schaller, C. Slater, M. Stoeck et G. Tonetti. Analysis of the ITER high-frequency magnetic diagnostic set. Dans *26th Symposium on Fusion Technology*, Porto, Portugal, octobre 2010.

Serre et al. (2010) : D. Serre, [E. Villeneuve](#), **H. Carfantan**, L. Jolissaint, V. Mazet, S. Bourguignon et A. Jarno. Modeling the spatial PSF at the VLT focal plane for MUSE WFM data

- analysis purpose. Dans *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7736, juillet 2010.
- Testa et al. (2009a) : D. Testa, R. Chavan, J. Guterl, J.B. Lister, J.-M. Moret, A. Perez, F. Sanchez, B. Schaller, G. Tonetti, M. Toussaint, G. Chitarin, R.S. Delogu, A. Gallo, N. Marcognato, S. Peruzzo, A. Encheva, G. Vayakis, C. Walker, **H. Carfantan**, Y. Fournier, T. Maeder, E. Hodgson, J. Romero, R. Vila, A. Le-Luyer, P. Moreau, B. Brichard et L. Vermeeren. The magnetic diagnostic set for ITER. Dans *23rd Symposium on Fusion Engineering, 2009. SOFE 2009. IEEE/NPSS*, San Diego, CA, novembre 2009.
- Testa et al. (2009b) : D. Testa, R. Chavan, J. Guterl, J.B. Lister, J.-M. Moret, A. Perez, F. Sanchez, B. Schaller, G. Tonetti, M. Toussaint, Y. Fournier, T. Maeder, A. Encheva, G. Vayakis, C. Walker et **H. Carfantan**. Baseline system design and prototyping for the ITER high-frequency magnetic diagnostics set. Dans *23rd Symposium on Fusion Engineering, 2009. SOFE 2009. IEEE/NPSS*, San Diego, CA, novembre 2009.
- Testa et al. (2009c) : D. Testa, T. Panis, P. Blanchard, **H. Carfantan**, A. Fasoli and JET-EFDA contributors. Measurement of the damping rate of high-n toroidal Alfvén eigenmodes in JET. Dans *11th IAEA Technical Committee Meeting on Energetic Particles*, Kyiv Ukraine, septembre 2009.
- Anterrieu et al. (2008) : É. Anterrieu, [A. Khazaal](#) et **H. Carfantan**. Impact of correlators and receivers failures on the MIRAS instrument onboard SMOS. Dans *IEEE International Geoscience & Remote Sensing Symposium*, Boston, Massachusetts, USA, juillet 2008.
- Jolissaint et al. (2008) : L. Jolissaint, **H. Carfantan** et É. Anterrieu. Exploring the impact of PSF reconstruction errors on the reduction of astronomical adaptive optics based data. Dans *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7015, Marseille, France, juin 2008.
- Khazaal et al. (2008) : [A. Khazaal](#), **H. Carfantan** et É. Anterrieu. On the reduction of the systematic error in imaging radiometry by aperture synthesis : a new approach for the SMOS space mission. Dans *Proc. 10th Specialist Meeting on Microwave Radiometry & Remote Sensing Applications ( $\mu$ RAD'08)*, Florence, Italie, février 2008.
- Klein et al. (2007a) : A. Klein, D. Testa, J. Snipes, A. Fasoli et **H. Carfantan**. Damping rate measurements of medium n Alfvén eigenmodes in JET. Dans *49th Annual Meeting of the Division of Plasma Physics of the American Physical Society*, Orlando, Florida, novembre 2007.
- Klein et al. (2007b) : A. Klein, D. Testa, J. Snipes, A. Fasoli et **H. Carfantan**. A new method for the analysis of Alfvén eigenmodes using data from unevenly-spaced mirnov coils. Dans *10th IAEA Technical Meeting on Energetic Particles in Magnetic Confinement Systems*, Garching, Germany, octobre 2007.
- Leroy et al. (2006) : C. Leroy, A. Arondel, J.-P. Bernard, **H. Carfantan**, C. Dumesnil, J.-J. Fourmond, G. Guyot, J.-M. Lamarre, F. Pajot, M. Piat, J.-L. Puget, J.-F. Trouilhet, S. Varesi and the Planck-HFI Instrument Team. Performances of the Planck-HFI cryogenic thermal control system. Dans *SPIE Astronomical Telescopes and Instrumentation conference*, Orlando, Florida USA, mai 2006.

- Bourguignon et Carfantan (2006a) : [S. Bourguignon](#) et **H. Carfantan**. Spectral analysis of irregularly sampled data using a Bernoulli-Gaussian model with free frequencies. Dans *Proceedings of the International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 516–519, Toulouse, France, mai 2006.
- Bourguignon et Carfantan (2006b) : [S. Bourguignon](#) et **H. Carfantan**. New methods for fitting multiple sinusoids from irregularly sampled data. Dans *Astronomical Data Analysis*, Marseille, France, septembre 2006.
- Bourguignon et Carfantan (2005a) : [S. Bourguignon](#) et **H. Carfantan**. Bernoulli-Gaussian spectral analysis of unevenly spaced astrophysical data. Dans *IEEE Workshop in Statistical Signal Processing (SSP)*, pages 811 – 816, Bordeaux, France, juillet 2005.
- Deville et al. (2005) : Y. Deville, D. Bissessur, M. Puigt, S. Hosseini et **H. Carfantan**. A time-scale correlation-based blind separation method applicable to correlated sources. Dans *14th European Symposium on Artificial Neural Networks*, Bruges, Belgium, avril 2005.
- Bourguignon et al. (2005b) : [S. Bourguignon](#), **H. Carfantan** et L. Jahan. Regularized spectral analysis of unevenly spaced data. Dans *Proceedings of the International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 421–424, Philadelphia, USA, mars 2005.
- Bourguignon et al. (2005c) : [S. Bourguignon](#), **H. Carfantan** et L. Jahan. Regularized estimation of line spectra from irregularly sampled astrophysical data. Dans *Fourth International Conference on Physics in Signal and Image Processing*, pages 35–40, Toulouse, France, janvier 2005.
- Carfantan et Idier (2005) : **H. Carfantan** et J. Idier. Statistical self-calibration of pushbroom-type satellite images. Dans *Fourth International Conference on Physics in Signal and Image Processing*, pages 183–188, Toulouse, France, janvier 2005.
- Carfantan et al. (2000) : **H. Carfantan**, J. Idier, B. Beghin, A. Meygret et B. Rougé. Statistical self-calibration of SPOT satellite imaging instrument. Dans Ali Mohammad-Djafari, éditeur, *Bayesian Inference and Maximum Entropy Methods, AIP Conf. Proc. Vol 568(1)*, pages 501–512. American Institute of Physics, Gif-sur-Yvette, France, juillet 2000.

### 1.4.3 Conférences nationales avec actes et comité de lecture

- Selloum et al. (2013b) : [A. Selloum](#), [E. Villeneuve](#), **H. Carfantan** et Y. Deville. Séparation myope de sources stellaires hyperspectrales par des méthodes bayésiennes : Filtre particulaire et MCMC. Dans *Actes du 24<sup>e</sup> colloque GRETSI*, Brest, France, septembre 2013.
- Bourguignon et al. (2011b) : [S. Bourguignon](#), **H. Carfantan**, D. Mary, E. Slezak et A. Ferrari. Restauration des cubes hyperspectraux du spectro-imageur MUSE. Dans *Actes du 23<sup>e</sup> colloque GRETSI*, Bordeaux, France, septembre 2011.
- Villeneuve et al. (2011b) : [E. Villeneuve](#), **H. Carfantan**, A. Jarno, D. Serre, V. Mazet et S. Bourguignon. Modélisation et estimation de la PSF d'un instrument hyperspectral au sol pour l'astrophysique. Dans *Actes du 23<sup>e</sup> colloque GRETSI*, Bordeaux, France, septembre 2011.

- Bourguignon et al. (2007c) : [S. Bourguignon](#), **H. Carfantan** et J. Idier. Minimisation de critères de moindres carrés pénalisés par la norme  $l^1$  dans le cas complexe. Dans *Actes du 21<sup>e</sup> colloque GRETSI*, Troyes, septembre 2007.
- Girémus et Carfantan (2003) : [A. Girémus](#) et **H. Carfantan**. Déconvolution multi-vues d'images décalées à faible rapport signal sur bruit. Dans *Actes du 19<sup>e</sup> colloque GRETSI*, Paris, France, septembre 2003.
- Carfantan et Rougé (2001) : **H. Carfantan** et B. Rougé. Estimation non biaisée de décalages subpixelaire sur des images SPOT. Dans *Actes du 18<sup>e</sup> colloque GRETSI*, volume 2, pages 849–852, Toulouse, France, septembre 2001.

#### 1.4.4 Rapports techniques et articles soumis

- Carfantan et Idier (1999) : **H. Carfantan** et J. Idier. Estimation de paramètres instrumentaux à partir d'images SPOT, Rapport technique LATT pour contrat CNES, 1999.
- Carfantan et Idier (2000) : **H. Carfantan** et J. Idier. Méthode d'égalisation probabiliste dans le cas d'un instrument d'observation de la terre réel, Rapport technique LATT pour contrat CNES, 2000.
- Carfantan et Idier (2001) : **H. Carfantan** et J. Idier. Estimation de paramètres instrumentaux à partir d'images SPOT, Rapport technique LATT pour contrat CNES, 2001.
- Carfantan et al (2007) : **H. Carfantan**, [S. Bourguignon](#), [A. Khazaal](#) et [A. Lasfar](#). *SparSpec* software : Sparse modeling for the spectral analysis of unevenly spaced data, Rapport technique LATT, mode d'emploi du logiciel *SparSpec*, avril 2007, [http://www.ast.obs-mip.fr/users/carfan/SparSpec1.4/SparSpec\\_pdf.pdf](http://www.ast.obs-mip.fr/users/carfan/SparSpec1.4/SparSpec_pdf.pdf).
- Carfantan (2008) : **H. Carfantan**. Utilisation de *SparSpec* et ses extensions pour l'analyse de modes propres toroïdaux en physique nucléaire. Rapport technique LATT, décembre 2008.
- Carfantan (2009) : **H. Carfantan**. A new real-time version of *SparSpec* for toroidal or poloidal mode numbers detection from irregularly spaced sensors in nuclear physics. Rapport technique LATT, mars 2009.
- Carfantan et Anterrieu (2009) : **H. Carfantan** et E. Anterrieu. Modélisation de la PSF spectrale intégrée de MUSE Rapport technique LATT, septembre 2009.
- Anterrieu et al. (2010) : E. Anterrieu, **H. Carfantan**, M. Martín-Neira, J. Barbosa, et R. Castro. Improvement of the Image Reconstruction Algorithm Selected for the SMOS Space Mission Rapport technique LATT, janvier 2010.
- Carfantan et al. (2012) : **H. Carfantan**, A. Jarno, D. Serre, V. Mazet, M. Petremand, S. Bourguignon et [E. Villeneuve](#). Modélisation de la PSF de MUSE Rapport technique IRAP, juin 2012.
- Bouché et al. (2014) : N. Bouche, **H. Carfantan**, I. Schroetter, L. Michel-Dansac et T. Contini. GalPaK3D : a Bayesian parametric tool for extracting kinematics from 3D data. Rapport

technique IRAP, soumis à *the Astrophysical journal*, juin 2014.

Sabri et Carfantan (2014) : [K. Sabri](#) et **H. Carfantan**. Greedy algorithms for high resolution sparse spike deconvolution of astrophysical hyperspectral images. Rapport technique IRAP, août 2014.

Selloum et al. (2014) : [A. Selloum](#), **H. Carfantan** et Y. Deville. Separation of stellar spectra from hyperspectral images with Bayesian methods. Rapport technique IRAP, septembre 2014.

#### 1.4.5 Logiciels et brevet

- Je suis co-inventeur, avec A. Selloum (post-doctorant IRAP), V. Martin et T. Bret-Dibat du CNES, d'un *Procédé et dispositif de traitement d'image numérique d'une scène comportant au moins un objet sur-éclairé* qui a fait l'objet de la demande de brevet d'invention 14 57236 entre le CNES, le CNRS et l'UPS en juillet 2014.
- J'ai développé une interface Matlab de la bibliothèque OptimPack (bibliothèque d'optimisation sous contrainte avec gradient) développée par E. Thiébaud du CRAL (<http://cral.univ-lyon1.fr/labo/perso/eric.thiebaut>). Ces programmes sont disponibles sur ma page <http://userpages.irap.omp.eu/~hcarfantan/> depuis juin 2014.
- J'ai développé, avec C. Parisel et E. Villeneuve, des programmes, en langage Python, pour l'estimation de la réponse instrumentale spatiale (FSF pour *Field Spread Function*) à partir de données hyperspectrales d'une étoile isolée. Ce logiciel met en œuvre une méthode et un modèle de FSF développés durant la thèse d'E. Villeneuve et peut estimer la FSF, essentiellement liée à la turbulence atmosphérique, à partir de cubes de données hyperspectrales ou à partir de données 3D irrégulièrement échantillonnées. Ces programmes forment, depuis octobre 2013, le *package* FSFModel <http://urania1.univ-lyon1.fr/mpdaf/wiki/FsfModelWiki> de MPDAF (MUSE *Python Data Analysis Framework*, ensemble de programmes développés en Python dans le cadre du consortium MUSE pour manipuler les données obtenues par cet instrument).
- J'ai développé le logiciel *SparSpec* d'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés avec S. Bourguignon, A. Khazaal et A. Lasfar. Ce logiciel est mis à disposition de la communauté sur ma page <http://userpages.irap.omp.eu/~hcarfantan/> (version actuelle 1.4 d'avril 2007). Il est à l'origine de mes collaborations sur le sujet en physique nucléaire avec des chercheurs du MIT et de l'EPFL.
- J'ai participé au développement d'un logiciel déposé (déclaration d'invention DI-0258-01, Logibox APP 21961, IDDN.FR.001.070033.000.S.P.2006.000.10800) : *Gradient à Pas Adaptatif avec Corrections, une mise en œuvre Matlab : GPAC.m*, S. Brette, H. Carfantan, J.-F. Giovannelli, T. Martin, J.-F. Bercher, C. Heinrich, J. Idier et C. Soussen, 2006.  
Il s'agit d'un algorithme d'optimisation (codé en Matlab) de type descente de gradient à pas variable utilisant les caractéristiques du premier ordre (gradient) du critère à minimiser. Diverses directions de descente sont proposées (gradient simple, gradient conjugué, corrections de Vignes par la bissectrice) et différentes techniques d'adaptation du pas de descente sont disponibles (dichotomie et interpolation). Cet algorithme est particulièrement adapté à des critères convexes multivariés fonction d'un grand nombre de variables en traitement du signal et des images

# CADRE DE TRAVAIL : MODÈLES, ESTIMATEURS ET ALGORITHMES POUR DES PROBLÈMES INVERSES EN SCIENCES DE L'UNIVERS

# 2

## SOMMAIRE

2.1 PROBLÉMATIQUE DE L'ESTIMATION . . . . .	23
2.2 MODÈLES . . . . .	24
2.3 ESTIMATEURS . . . . .	25
2.4 ALGORITHMES . . . . .	26
2.5 APPLICATIONS EN SCIENCES DE L'UNIVERS . . . . .	27

**L**ES travaux de recherche que j'ai effectués seront synthétisés dans la suite de ce document suivant quatre problématiques de traitement du signal et des images étudiées en science de l'Univers (SdU) :

- l'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés pour des problèmes de physique stellaire (Chap. 3);
- la calibration aveugle de détecteurs *push-broom* en observation de la terre pour les satellites SPOT (Chap. 4);
- la calibration d'antenne et la reconstruction d'images d'observation de la terre par interférométrie pour le satellite SMOS (Chap. 5);
- la caractérisation et la calibration instrumentale et la déconvolution de données hyperspectrales pour l'instrument MUSE (Chap. 6).

Si la cohérence d'une telle organisation est évidente du point de vue des sciences de l'Univers, elle ne l'est pas forcément du point de vue de la recherche en traitement du signal et des images. Mais c'est bien du point de vue du traitement du signal et des images que j'ai abordé ces différents travaux et plus particulièrement dans le cadre de l'estimation. Aussi, avant de reprendre dans la suite de ce document une organisation par projets en SdU, je souhaite les présenter dans ce chapitre dans le cadre de l'estimation.



## 2.1 PROBLÉMATIQUE DE L'ESTIMATION

L'estimation vise à déterminer la valeur de caractéristiques d'intérêt, appelées paramètres, à partir d'observations d'un objet au travers d'une chaîne d'acquisition des données. Par exemple, un des objectifs de mes travaux pour l'instrument MUSE (Chap. 6) consiste à estimer la cinématique d'une galaxie (observable grâce au décalage des raies spectrales d'émissions induit par l'effet Doppler-Fizeau) à partir d'observations hyperspectrales (images obtenues à un grand nombre de longueurs d'ondes), la chaîne d'acquisition étant constituée des perturbations atmosphériques, du télescope du VLT (*Very Large Telescope*), de l'instrument MUSE et des détecteurs CCD. Comme illustré sur le schéma de la figure 2.1, l'estimation nécessite la connaissance du lien entre les observations et les caractéristiques d'intérêt au travers de modèles, prenant en compte le plus précisément possible toutes les connaissances disponibles sur l'objet observé et la chaîne d'acquisition. Une des difficultés de l'estimation vient du fait que les observations ont subi des perturbations mal maîtrisées, que l'on peut au mieux se permettre de caractériser par l'intermédiaire de modèles statistiques.

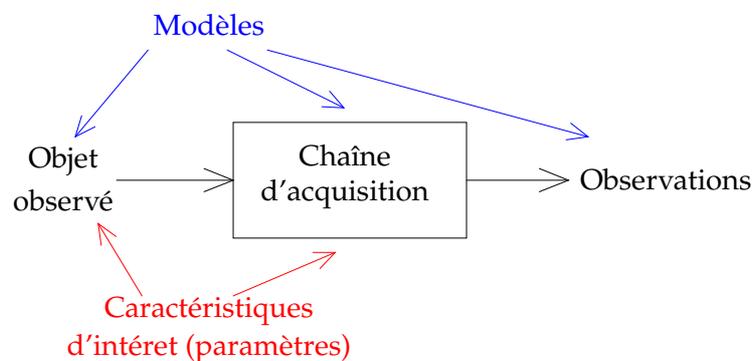


FIG. 2.1 – Cadre de travail de l'estimation en sciences de l'Univers.

L'intérêt des observations en sciences de l'Univers est avant tout d'étudier certaines propriétés physiques d'objets naturels à partir de leur observation. Cependant, il est indispensable de caractériser la chaîne d'acquisition afin de pouvoir étudier ces objets. Aussi, je me suis intéressé dans mes travaux de recherche à différents types de problématiques d'estimation sur des signaux ou images en sciences de l'Univers.

- Je me suis intéressé à des problèmes de **modélisation et calibration instrumentale**, dont l'objectif est de caractériser certains éléments de la chaîne d'acquisition à partir d'observations. Pour cela, on doit disposer d'un modèle de la chaîne d'acquisition dépendant d'un faible nombre de paramètres que l'on souhaite déterminer. Pour un modèle considéré, on est face à un problème d'**identification** si le signal d'entrée est maîtrisé ou du moins parfaitement caractérisé. Si l'on ne connaît pas le signal d'entrée mais uniquement certaines de ses caractéristiques statistiques on est face à un problème d'**identification aveugle**. J'ai été confronté à de tels problèmes de calibration instrumentale sur trois projets : la calibration, en aveugle, des gains et offset de l'électronique des barrettes de CCD sur les satellites d'observation de la terre SPOT (voir Chap. 4) ; la calibration des gains d'antenne pour le satellite SMOS d'observation de la terre par interférométrie (voir Chap. 5) ; la caractérisation de la réponse hyperspectrale de la chaîne d'acquisition de l'instrument MUSE (voir Chap. 6).
- Je me suis également intéressé à des problèmes d'**estimation de paramètres de l'objet observé**, en considérant la chaîne d'acquisition entièrement maîtrisée. C'est en particulier le cas pour l'analyse spectrale lorsque l'on recherche un ensemble de fréquences pures contenu dans un signal. J'ai plus particulièrement étudié le cas où l'on cherche à estimer

ces fréquences à partir de séries temporelles irrégulièrement échantillonnées (voir Chap. 3), cas rencontré fréquemment en observation astrophysique depuis le sol où des interruptions dues à l’alternance jour/nuit ou à de mauvaises conditions météorologiques viennent perturber l’acquisition des observations. Je me suis également intéressé à l’estimation de cartes de déplacement et de dispersion de raies spectrales dans des données hyperspectrales pour l’étude de la cinématique des galaxies en prévision des données de l’instrument MUSE (Chap. 6).

- Enfin, je me suis intéressé au cas où les paramètres à estimer sont directement le signal ou l’image de l’objet observé. Cela correspond alors à une classe de problèmes que l’on désigne généralement sous les termes de **reconstruction d’images** et **déconvolution**, ou plus généralement dans le cadre des **problèmes inverses**. Sur ces aspects, mes travaux portent sur la reconstruction d’images à partir de données interférométriques pour SMOS (Chap. 5), la déconvolution hyperspectrale d’objets résolus ou non résolus pour MUSE (Chap. 6) et plus généralement sur la déconvolution impulsionnelle de signaux (Chap. 3).

## 2.2 MODÈLES

Comme expliqué précédemment, un travail de modélisation doit être effectué sur les trois aspects intervenant dans l’estimation : la modélisation de l’objet observé, de la chaîne d’acquisition et des caractéristiques statistiques des observations. Suivant les projets sur lesquels j’ai travaillé, la modélisation a demandé plus ou moins d’efforts sur chacun de ces aspects.

Concernant les caractéristiques statistiques des observations, j’ai toujours considéré des perturbations additives gaussiennes sur les observations, qui est un cadre classique en traitement du signal et des images. Sur des images astrophysiques, un modèle poissonnien est généralement plus pertinent statistiquement qu’un modèle Gaussien, le bruit de photon étant généralement dominant sur les autres sources de bruit. Cependant, je me suis toujours intéressé à des observations effectués sur une longue durée d’intégration pour lesquelles l’approximation gaussienne est valide et facilite souvent la suite des étapes de l’estimation.

Concernant la modélisation des objets observés, je me suis attaché à prendre en compte les caractéristiques physiques de ces objets sous une forme exploitable pour l’estimation. Cela m’a amené à prendre en compte divers modèles classiques utilisés en traitement du signal et des images et de les adapter aux caractéristiques des objets observés. Ainsi j’ai exploité les modèles prenant en compte la **parcimonie** des paramètres (qui signifie que seul un faible nombre de paramètres est non nul) développés depuis une vingtaine d’année, soit au travers de modèles déterministes, avec des techniques de pénalisation par des normes  $\ell_1$  ou  $\ell_0$ , soit au travers de modèles stochastiques, en particulier avec le modèle Bernoulli-Gaussien. De tels modèles ont été utiles pour mes travaux sur l’analyse spectrale (Chap. 3) et la déconvolution de données MUSE (Chap. 6). J’ai également exploité des modèles de type **champs de Markov**, utiles pour prendre en compte des corrélations au sein des objets observés, pour l’identification aveugle des gains de détecteurs SPOT (Chap. 4) et pour la reconstruction d’images pour SMOS (Chap. 5). Pour les travaux effectués sur la reconstruction d’images interférométrique pour le satellite SMOS (Chap. 5), nous avons aussi considéré, pour des raisons intimement liées à la configuration instrumentale, que l’objet à reconstruire était à **bande spectrale limitée**. Enfin, certains modèles utilisés étaient imposés par la physique des objets observés ; c’est le cas, en particulier, pour la déconvolution pour l’étude de la cinématique des galaxies sur les données hyperspectrales de MUSE (Chap. 6).

Concernant la **chaîne d’acquisition**, un modèle peut soit être dicté par la physique régissant le fonctionnement des différents éléments de la chaîne d’acquisition, ce que l’on peut appeler « modèle de connaissance » qui est généralement précis mais complexe ; soit être conçu mathématiquement pour avoir un comportement similaire à l’ensemble ou une partie de la chaîne d’acquisition dans sa plage d’utilisation, ce que l’on peut appeler « modèle de représentation. »

En pratique, c'est la facilité de l'utilisation de ces modèles pour l'estimation et le coût de calcul associé qui permet de régler le compromis entre l'exactitude des modèles de connaissance et la simplicité des modèles de représentation. Ainsi, dans le cas du projet MUSE (Chap. 6), un modèle numérique de l'instrument a été développé par nos collègues du CRAL. Ce modèle simule les différentes parties de la chaîne d'acquisition, en particulier la partie optique liée à l'instrument MUSE lui-même, permettant ainsi de fournir des données hyperspectrales simulées très proches de celles qui seront acquises par l'instrument. Cependant, un tel modèle est inexploitable pour l'estimation, en particulier à cause du coût de calcul élevé de la simulation des données. Aussi, je me suis attaché à bien comprendre le fonctionnement de la chaîne d'acquisition et à proposer un modèle simplifié exploitable pour l'estimation, prenant en compte ce fonctionnement. Pour les autres projets où une modélisation de la chaîne d'acquisition était nécessaire, les modèles utilisés étaient en général des systèmes **linéaires** par rapport aux entrées, qui correspondent au cas le plus simple pour les problèmes d'estimation. Cependant, pour l'identification aveugle des gains de détecteurs SPOT (Chap. 4) j'ai également étudié le cas de **modèles non linéaires** de réponse des détecteurs.

## 2.3 ESTIMATEURS

Du point de vue des estimateurs, j'ai exploité des outils variés utilisés habituellement en traitement du signal. En effet, se placer près des applications et des données réelles nécessite d'après moi du pragmatisme plutôt que du dogmatisme. La plupart des méthodes que j'ai développées s'appuient ou peuvent s'interpréter dans le cadre de l'**inférence statistique** et plus précisément en terme d'estimateurs du **maximum de vraisemblance** ou d'**estimateurs bayésiens**. Néanmoins, si le cadre statistique de l'estimation, bayésienne ou non, peut être considéré comme un guide dans le développement de nouvelles méthodes de traitement de données, je pense qu'il n'est pas indispensable et ne doit surtout pas être considéré comme contraignant. Le meilleur exemple est sans doute donné par les nombreux travaux développés depuis plus de 20 ans autour des représentations parcimonieuses qui sont très rarement présentées dans un cadre statistique. Néanmoins, ce cadre est selon moi très utile, lorsque l'on est confronté à des applications pratiques, car il permet de bien mettre en avant les hypothèses et modèles statistiques utilisés de façon sous-jacente (tel qu'un bruit additif gaussien indépendant et identiquement distribué pour le terme quadratique utilisé dans les représentations parcimonieuses) et de les remettre en cause lorsque nécessaire pour les applications considérées (typiquement pour les données MUSE le bruit n'est pas identiquement distribué).

Ainsi, en plus des estimateurs faisant appel à la **parcimonie**, que j'ai exploités dans le cadre de l'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés (Chap 3) et la déconvolution de données hyperspectrales pour MUSE (Chap 6), j'ai utilisé des estimateurs de type maximum de vraisemblance dans le cadre de modèles « paramétriques » (c'est-à-dire lorsque le nombre de paramètres à estimer est faible devant la dimension des données) pour l'identification aveugle de détecteurs SPOT (Chap 4) et l'estimation de la PSF pour l'instrument MUSE (Chap 6). Lorsque les informations contenues dans les données étaient insuffisantes pour obtenir des résultats satisfaisants, je me suis appuyé sur des estimateurs Bayésien, de type **maximum a posteriori** ou **moyenne a posteriori**, qui permettent aisément de prendre en compte des informations *a priori* sur les paramètres à estimer. Ce cadre est bien souvent adopté dans le cas de modèles dits « non paramétriques » (où le nombre de paramètres à estimer est du même ordre de grandeur que les données), ou plus généralement pour les problèmes inverses. La version la plus simple des estimateurs qui en découlent conduit à minimiser un critère quadratique pénalisé par une fonction favorisant des propriétés souhaitées pour les paramètres. Un tel cadre m'a, par exemple, permis de lever une ambiguïté sur la valeur moyenne des paramètres pour l'identification aveugle de détecteurs SPOT (Chap 4) ou de prendre en compte les contours côtiers pour la reconstruc-

tion d'images SMOS en observation de la terre (Chap 5). Mais le cadre Bayésien permet bien plus qu'une simple interprétation statistique de tels estimateurs. En effet, il offre des outils statistiques pertinents tant du point de vue algorithmique (échantillonnage stochastique) que sur les paramètres à estimer pour lesquels on ne dispose pas uniquement d'un estimateur ponctuel mais de bien d'autres informations telles que la variance *a posteriori* sur les paramètres ou même l'allure de leur loi *a posteriori* marginale. J'ai exploité de telles possibilités pour l'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés (Chap 3) et la déconvolution de données hyperspectrales (Chap 6).

Cependant, mes travaux concernant les estimateurs se sont plus concentrés sur l'intérêt de l'exploitation pratique de tel ou tel estimateur que sur l'étude de leurs propriétés théoriques, telles que le biais, la variance ou la convergence. Les seuls travaux que j'ai effectués sur les **propriétés théoriques d'estimateurs** concernaient l'identification aveugle des gains de détecteurs SPOT (Chap. 4), où nous avons pu montrer que les estimateurs proposés, au sens du maximum de vraisemblance ou du maximum *a posteriori*, étaient asymptotiquement convergents, malgré l'exploitation de modèles de type champs de Markov sur les images observées. Mais là encore, ces travaux ont été guidés par les besoins pratiques puisqu'il correspondent à une application où il est aisé de disposer d'un grand nombre de données.

## 2.4 ALGORITHMES

Mis à part quelques situations extrêmement simples où l'on dispose d'une formule analytique permettant de calculer l'estimateur (typiquement les moindres carrés), il est nécessaire de mettre en œuvre des outils numériques pour calculer les paramètres estimés. Les outils numériques que j'ai exploités dans mes travaux de recherche se rangent dans deux grandes catégories : d'un côté, l'optimisation pour le calcul d'estimateurs de type maximum de vraisemblance ou, dans le cadre Bayésien, maximum *a posteriori* ; de l'autre, les méthodes d'échantillonnage stochastique qui permettent de calculer, dans le cadre Bayésien, des estimateurs au sens de la moyenne *a posteriori* et possèdent l'avantage de fournir de façon sous-jacente d'autres informations sur les paramètres estimés telle que l'incertitude sur ces paramètres.

Concernant l'optimisation, utilisée lorsque l'estimateur est défini comme minimisant une fonction coût (critère), j'ai eu à traiter différents types de problèmes d'optimisation avec des degrés de difficulté divers :

- **L'optimisation convexe** est le cas le plus simple que j'ai privilégié, du point de vue des modèles et des estimateurs, lorsque cela était possible. En effet, de nombreux algorithmes d'optimisation sont disponibles et garantissent d'obtenir la valeur des paramètres minimisant le critère. Néanmoins, la mise en œuvre d'algorithmes efficaces, tirant au mieux parti des modèles exploités, permet bien souvent de réduire fortement le coût de calcul par rapport à des algorithmes génériques disponibles. C'est en particulier ce que nous nous sommes attachés à faire pour l'identification aveugle des gains de détecteurs SPOT (Chap. 4).
- **L'optimisation parcimonieuse**, terme sous lequel on peut regrouper différentes problématiques d'optimisation liées à la prise en compte d'un *a priori* de parcimonie des paramètres. Les principales approches d'optimisation parcimonieuses concernent d'un côté les **algorithmes gloutons** (ou *greedy* en Anglais), qui itérativement construisent des approximations de plus en plus satisfaisantes du signal, mais de moins en moins parcimonieuses ; d'un autre côté la relaxation convexe, qui se ramène le plus souvent à la minimisation d'un critère quadratique pénalisé par un terme de norme  $\ell_1$  (qui relève donc de l'optimisation convexe, mais avec des spécificités liées à la norme  $\ell_1$ ).

Les algorithmes gloutons de type *Matching Pursuit*, ont été utilisés en astrophysique dès les années 1970, bien avant les travaux sur les représentations parcimonieuses des signaux.

Néanmoins, une utilisation d'algorithmes gloutons plus élaborés que le simple *Matching Pursuit* permet d'obtenir des résultats plus satisfaisants en terme de détection comme nous l'avons montré dans le cas de l'analyse spectrale (Chap. 3) et de la déconvolution hyperspectrale de données MUSE (Chap. 6). Dans ce dernier cas, nous avons porté une attention particulière à la mise en œuvre efficace de tels algorithmes.

Pour la relaxation convexe, la difficulté principale provient de la non différentiabilité de la norme  $\ell_1$ , empêchant l'utilisation d'algorithmes classiques d'**optimisation convexe**. De nombreux algorithmes ont été développés pour cela depuis une vingtaine d'année, mais l'utilisation particulière de la parcimonie, en particulier avec des dictionnaires fortement corrélés et des inconnues à valeurs complexes, nous a amené à développer des algorithmes plus efficaces pour les configurations considérées. Ce travail a été effectué en particulier pour l'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés (Chap. 3).

- L'**optimisation non convexe**, souvent liée dans mon cas à la non linéarité du modèle vis-à-vis des paramètres, est un cas plus délicat puisque l'on ne dispose pas d'algorithmes garantissant l'obtention du minimum pour un coût de calcul raisonnable. Pour les travaux concernés, liés à des problèmes de calibration instrumentale, nous nous sommes contentés d'exploiter des algorithmes existants, fournis dans des bibliothèques informatiques, par exemple pour l'estimation des paramètres caractéristiques pour les données MUSE (Chap. 6), ou de mettre en œuvre des algorithmes de descente exploitant au mieux les caractéristiques des modèles, mais dont la solution dépend des paramètres initiaux pris en compte, par exemple pour la calibration des antennes de SMOS (Chap. 5) et l'identification aveugle des gains de détecteurs SPOT (Chap. 4).

Concernant les techniques d'**échantillonnage stochastique**, elles peuvent être exploitées en alternative à l'optimisation lorsque le critère à minimiser possède des minima locaux – bien que l'on considère plutôt un estimateur de type moyenne *a posteriori* plutôt que maximum *a posteriori* dans ce cas – comme nous l'avons utilisé pour la déconvolution de données MUSE (Chap. 6), mais cet outil ne se limite pas à cela. Il permet d'accéder à une information très riche concernant les paramètres à estimer, que l'on résume bien souvent à la variance. Ainsi, dans le cadre de l'analyse spectrale et de la déconvolution impulsionnelle (Chap. 3), nous avons exploité un modèle parcimonieux de type Bernoulli-Gaussien, et proposé des algorithmes d'échantillonnage efficaces de type échantillonneurs de Gibbs, qui permettent d'obtenir, en plus des paramètres estimés et de leur variance, une probabilité de détection. Enfin, ces outils permettent de plus une estimation non supervisée, c'est-à-dire qu'ils offrent la possibilité, en plus de l'estimation des paramètres d'intérêt, d'estimer les paramètres des modèles *a priori*, parfois appelés hyperparamètres. Bien sûr, la puissance de ces outils se paye par le coût calculatoire qui dépasse généralement ceux des algorithmes d'optimisation.

## 2.5 APPLICATIONS EN SCIENCES DE L'UNIVERS

J'ai choisi d'organiser, dans la suite de ce document, la présentation de mes travaux de recherche en les classant par projets en sciences de l'Univers plutôt que d'un point de vue modèles, estimateurs et algorithmes de traitement du signal. Il est vrai qu'un des désavantages d'une telle présentation est qu'un même outil (représentations parcimonieuses, champs de Markov...) est utilisé dans plusieurs chapitres du manuscrit. Aussi, si ces outils sont présentés de façon détaillée lors de leur première utilisation, leur présentation est plus succincte dans les suivantes. A l'opposé, une telle organisation permet d'après moi de mieux appréhender le fait, que d'une part, des applications spécifiques, en particulier en sciences de l'Univers, nécessitent le développement de nouveaux outils de traitement du signal et des images, tant du point de vue des modèles que des estimateurs et des algorithmes; d'autre part, qu'une bonne connaissance du

modèle d'observation est nécessaire au développement de méthodes de traitement pertinentes et des algorithmes associés.

# ANALYSE SPECTRALE DE SIGNAUX IRRÉGULIÈREMENT ÉCHANTILLONNÉS

# 3

## SOMMAIRE

3.1 PRÉSENTATION DU PROBLÈME . . . . .	31
3.1.1 Échantillonnage irrégulier et spectre de raies . . . . .	31
3.1.2 Un problème inverse linéaire avec <i>a priori</i> de parcimonie . . . . .	32
3.2 APPROCHE PAR OPTIMISATION PARCIMONIEUSE . . . . .	33
3.2.1 Conditions de reconstruction de la solution parcimonieuse . . . . .	34
3.2.2 Approche par algorithmes gloutons . . . . .	35
3.2.3 Approche par relaxation convexe . . . . .	37
3.2.4 Pénalisation $\ell_1$ pour l'analyse spectrale . . . . .	38
3.3 APPROCHE PAR MODÉLISATION BERNOULLI-GAUSSIENNE . . . . .	41
3.3.1 Modélisation BG pour l'analyse spectrale . . . . .	42
3.3.2 Échantillonnage de Gibbs et analyse des échantillons . . . . .	43
3.3.3 Accélération de l'échantillonnage . . . . .	43
3.3.4 Prise en compte de fréquences hors de la grille . . . . .	44
3.4 LIEN AVEC LA DÉCONVOLUTION IMPULSIONNELLE . . . . .	45
3.5 APPLICATION À UN PROBLÈME DE PHYSIQUE NUCLÉAIRE . . . . .	46
3.6 EXTENSION À L'ANALYSE TEMPS-FRÉQUENCE . . . . .	48
3.7 BIBLIOGRAPHIE . . . . .	50

**B**IEN que largement étudiée en traitement du signal, l'analyse spectrale et temps-fréquence des signaux réels pose encore de nombreuses questions dans certains domaines applicatifs. Je me suis intéressé aux problèmes propres à l'analyse des séries temporelles issues d'observations astrophysiques. En effet, de nombreux phénomènes astrophysiques soulèvent des problèmes d'**analyse spectrale**, par exemple dans le domaine de l'astérosismologie, où l'objectif est de retrouver des périodicités dans les données, liées à des phénomènes d'oscillations stellaires. De plus, pour des observations effectuées par des télescopes au sol, il est assez courant que les **données** à disposition soient **incomplètes**, soit pour des raisons directement liées aux techniques d'observation (alternance jour/nuit), soit pour des causes imprévisibles (dues aux conditions météorologiques) et **irrégulièrement échantillonnées**. Dans ce cadre, je me suis intéressé au cas particulier de la recherche de **spectre de raies**, comme illustré Fig. 3.1. L'analyse du contenu fréquentiel de telles séries basée sur le spectre de Fourier peut alors s'avérer inefficace et les

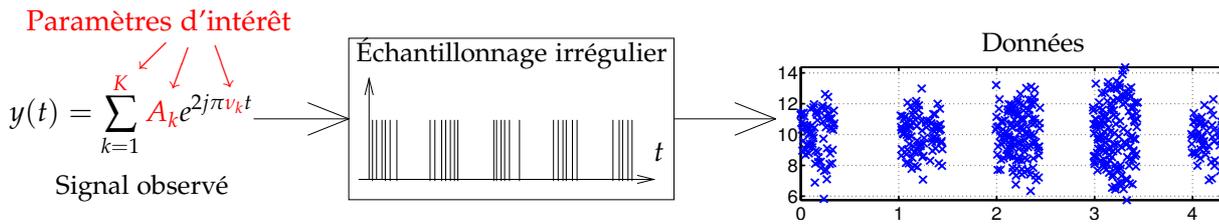


FIG. 3.1 – Cadre de travail pour l'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés.

méthodes heuristiques de type *Clean*, couramment utilisées en astronomie, ne donnent pas toujours satisfaction. Ceci est particulièrement le cas lorsqu'il existe une certaine périodicité dans l'absence de données comme dans le cas de l'alternance jour/nuit.

Les travaux que j'ai effectués sur ce thème s'inscrivent dans le formalisme proposé au début des années 1990 abordant l'analyse spectrale sous la forme d'un **problème inverse**, le spectre étant discrétisé sur une grille fréquentielle arbitrairement fine. Le caractère mal posé du problème provient du fait que, dans le but d'obtenir un spectre haute résolution sous une forme non paramétrique, l'échantillonnage des fréquences est effectué de façon dense ; ainsi, le spectre à reconstruire contient plus d'échantillons que le signal et on a donc un problème de non unicité de la solution. La recherche de **raies spectrales** pour un tel modèle non paramétrique se traduit de manière évidente par la nature *a priori* **parcimonieuse** du spectre à reconstruire, les amplitudes associées à la plupart des fréquences étant nulles dans le signal observé. Une modélisation déterministe de la parcimonie et des algorithmes d'optimisation associés ont fait l'objet d'un grand nombre de travaux depuis les années 1990, dans le domaine de ce que l'on peut appeler l'optimisation parcimonieuse. Je me suis intéressé, dans ce domaine, à la spécificité du problème d'analyse spectrale par rapport aux travaux sur les représentations parcimonieuses, tant sur les aspects de la **modélisation** que des **algorithmes d'optimisation**. Je me suis également intéressé, dans un **cadre bayésien**, à une modélisation probabiliste d'une telle information *a priori* de parcimonie, à l'aide d'un modèle hiérarchique de type **Bernoulli-Gaussien** et aux algorithmes d'échantillonnage stochastiques de type **Méthodes de Monte-Carlo par Chaînes de Markov** (MCMC) pouvant être utilisés pour calculer des estimateurs de type moyenne *a posteriori*.

Pour effectuer ce travail, j'ai eu l'occasion d'encadrer quatre stagiaires de DEA/master 2 (L. Jahan [JAH 01], S. Bourguignon [BOU 02], H. Rabeson [RAB 04] et A. Khazaal [KHA 06]) ainsi que la thèse de S. Bourguignon [BOU 05a]. Suite cette thèse, nous avons travaillé avec S. Bourguignon en collaboration avec J. Idier de l'IRCCYN sur des aspects algorithmiques liés à l'analyse spectrale et avec C. Soussen du CRAN sur un sujet proche de déconvolution impulsionnelle. J'ai également eu l'opportunité de travailler avec A. Klein du MIT et D. Testa *et al.* de l'EPFL sur un problème proche de l'analyse spectrale en physique nucléaire.

Une synthèse des travaux effectués est présentée dans ce chapitre suite à une présentation plus précise du problème (§ 3.1). Je distinguerai les travaux liés à l'optimisation parcimonieuse (§ 3.2) et ceux liés à la modélisation Bernoulli-Gaussienne (§ 3.3). Enfin, je ferai le lien avec mes travaux en déconvolution impulsionnelle (§ 3.4), en physique nucléaire (§ 3.5) et l'extension à l'analyse temps-fréquence (§ 3.6).

### 3.1 PRÉSENTATION DU PROBLÈME

Le problème de l'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés a été très peu étudié par la communauté du traitement du signal alors que c'est un problème classique en analyse de données astrophysiques. Aussi ce sujet a-t-il attiré ma curiosité dès mon arrivée au LATT<sup>1</sup>. Dans le cas d'observations astronomiques depuis le sol, les objets d'intérêt peuvent être périodiquement inobservables en raison de l'alternance du jour et de la nuit ou de celle des saisons, et des conditions météorologiques défavorables peuvent provoquer des trous dans la couverture temporelle. De manière plus générale, les instants de mesure peuvent être irrégulièrement espacés en raison des contraintes instrumentales, ce qui augmente la difficulté par rapport à un problème classique d'analyse spectrale.

#### 3.1.1 Échantillonnage irrégulier et spectre de raies

L'échantillonnage idéal à des instants  $\{t_n\}_{n=1\dots N}$ , qui se modélise comme le produit du signal par un pseudo-peigne de Dirac non périodique et de durée finie, se traduit, dans le domaine de Fourier, par la convolution du spectre à analyser par une *fenêtre spectrale*  $\mathcal{W}_e(f)$  :

$$y_e(t) = y(t) \times \sum_{n=1}^N \delta(t - t_n) \xrightarrow{\mathcal{TF}} Y_e(f) = Y(f) \star \mathcal{W}_e(f), \text{ avec } \mathcal{W}_e(f) = \sum_{n=1}^N e^{j2\pi f t_n}.$$

Pour un échantillonnage régulier  $t_n = (n - 1)T_e$ , la fenêtre spectrale est un sinus cardinal périodisé :  $W_e(f) = e^{j\pi(N-1)fT_e} \sin(\pi f N T_e) / \sin(\pi f T_e)$ , de lobe principal de largeur  $2/NT_e$ . Cette expression n'est plus valide en échantillonnage irrégulier, où la fenêtre prend une forme dépourvue de propriétés simples – notons cependant que la demi-largeur du lobe principal reste de l'ordre de l'inverse de la durée des observations. On peut de plus montrer que l'absence périodique de données génère des lobes secondaires dans  $|\mathcal{W}_e(f)|$  à la fréquence correspondante, dont l'amplitude augmente avec la proportion de trous dans la couverture temporelle. Le passage à un schéma irrégulier d'échantillonnage provoque par ailleurs la perte de périodicité de  $\mathcal{W}_e(f)$ , laquelle est à l'origine du phénomène de repliement spectral. Aussi, l'échantillonnage d'un signal sur une même durée et avec un même nombre de points permet-il en théorie, avec un échantillonnage irrégulier, de pouvoir analyser de plus hautes fréquences du signal qu'avec un échantillonnage régulier où l'on est limité à la fréquence de Nyquist  $F_e/2$  [EYE 99]. La Figure 3.2 illustre ces différents aspects, montrant les fenêtres spectrales correspondant à divers types d'échantillonnage. Les trous provoqués par l'alternance du jour et de la nuit provoquent en particulier des lobes secondaires dans  $|\mathcal{W}_e(f)|$  dépassant 60 % de son maximum (atteint en  $f = 0$ ).

Les problèmes auxquels nous nous sommes intéressés portent sur le cas où l'on recherche un ensemble de fréquences pures dans le signal (spectre de raies), correspondant par exemple en astérosismologie à des modes de pulsation des étoiles, ce que l'on peut écrire sous la forme

$$y(t) = \sum_{k=1}^K A_k e^{2j\pi\nu_k t}. \quad (3.1)$$

L'échantillonnage irrégulier, en particulier avec des manques d'observations périodiques, rend le problème d'estimation des fréquences délicat, puisque le spectre du signal mesuré correspond à une somme de fenêtres spectrales décalées :  $Y_e(f) = \sum_{k=1}^K A_k \mathcal{W}(f - \nu_k)$ . Le problème d'estimation est donc d'autant plus délicat que la fenêtre convoluante est d'allure complexe et en

<sup>1</sup>Nous avons rédigé dans [BOU 13] une synthèse sur l'Estimation de spectre de raies pour des signaux irrégulièrement échantillonnés en Astrophysique. Aussi, le début de ce chapitre reprend-il une bonne partie de cette synthèse.

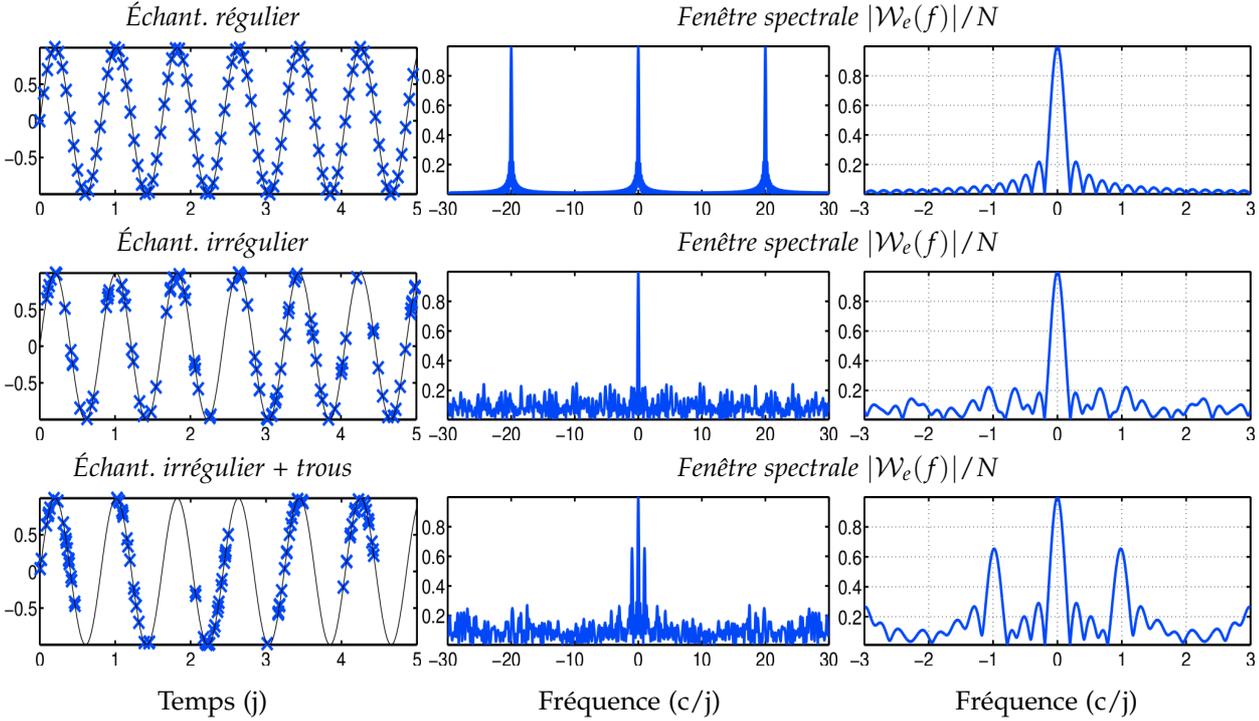


FIG. 3.2 – Schémas d'échantillonnage (gauche) et module des fenêtres spectrales associées (centre et zoom autour de  $f = 0$  à droite). Le temps est exprimé en jour ( $j$ ) et la fréquence en cycles par jour ( $c/j$ ). En haut, échantillonnage régulier à  $T_e = 20$   $c/j$ . Au milieu, échantillonnage irrégulier. En bas, échantillonnage irrégulier avec trous journaliers. Dans chaque cas,  $N = 100$  données pour une observation sur 5 jours.

particulier si elle possède des lobes secondaires d'amplitude importante. Le problème d'estimation de fréquences pures dans un signal a été largement étudié en traitement du signal et de nombreuses méthodes ont été développées dans les cas où l'on cherche à obtenir une meilleure résolution que le périodogramme (voir par exemple [KAY 88]). Le problème n'est pas ici d'obtenir une meilleure résolution que le périodogramme, mais bien de déconvoluer le spectre afin de supprimer les pics parasites dus aux lobes secondaires de la fenêtre spectrale. La Figure 3.3 présente un jeu de données artificielles particulièrement délicat, sur lequel seront illustrés les résultats des méthodes présentées. L'échantillonnage et les fréquences d'oscillation reproduisent la courbe de vitesse radiale de l'étoile de Herbig HD 104237, observée durant cinq nuits en avril 1999 au *South African Astronomical Observatory* [BOU 07a]. Cette étoile présente plusieurs modes de pulsation entre 30 et 37  $c/j$  et la fenêtre spectrale possède des lobes secondaires très marqués à  $\pm 1$   $c/j$ , si bien que le spectre de Fourier présente plusieurs maxima locaux à des fréquences ne correspondant pas aux oscillations.

### 3.1.2 Un problème inverse linéaire avec *a priori* de parcimonie

Nous avons abordé ce problème comme un problème inverse linéaire, en discrétisant l'axe des fréquences  $\{f_p = pf_{\max}/P\}_{p=-P\dots P}$  avec un grand nombre  $P$  de fréquences, approche initiée par [SAC 98]. La valeur de  $f_{\max}$  sera choisie en accord avec la physique des données, en s'assurant que la fenêtre spectrale ne présente pas de périodicité dans la bande considérée. Soit le modèle direct :

$$y_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{p=-P}^P x_p e^{j2\pi f_p t_n} + \epsilon_n \Leftrightarrow \mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x} + \boldsymbol{\epsilon} \quad (3.2)$$

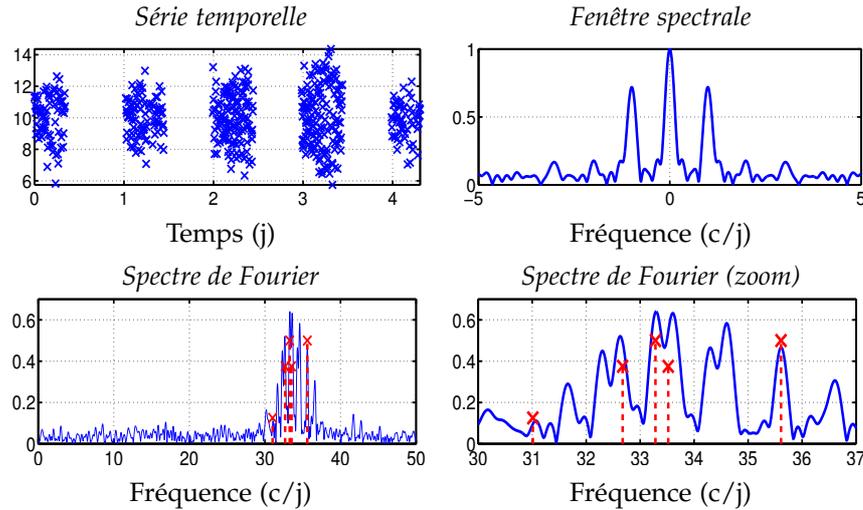


FIG. 3.3 – Données simulées pour un problème délicat d'analyse spectrale. Haut : série temporelle et fenêtre spectrale. Bas : module du spectre de Fourier des données (trait plein) et raies théoriques ( $\times$ ), à gauche pour les fréquences entre 0 et 50 c/j, à droite entre 30 et 37 c/j.

où  $\mathbf{W} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{N}} e^{j2\pi f_p t_n} \right\}_{n=1\dots N, p=-P\dots P}$  et  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{2P+1}$  contient les amplitudes associées aux fréquences  $f_p$ , le terme  $\epsilon_n$  modélisant les perturbations sur les données<sup>2</sup>. Bien entendu on ne cherche qu'un faible nombre  $K$  de fréquences  $\nu_k$  dans les données. Cela implique d'une part que la grille fréquentielle doit être discrétisée finement pour que l'erreur de modélisation due à cet discrétisation ne soit pas trop importante et donc que le nombre de fréquences  $P$  soit élevé. Mais surtout, cela implique que la plupart des amplitudes  $x_p$  sont nulles, puisque l'on souhaite détecter uniquement les fréquences les plus proches des  $\{\nu_k\}_{k=1\dots K}$  (avec  $K \ll P$ ) et estimer les amplitudes correspondantes, les autres devant être nulles. Cette dernière propriété traduit un *a priori* de parcimonie sur la solution recherchée  $\mathbf{x}$ .

### 3.2 APPROCHE PAR OPTIMISATION PARCIMONIEUSE

Les travaux de [MAL 93, CHE 99] ont impulsé une forte dynamique de recherche autour de ce que l'on appelle maintenant la représentation parcimonieuse des signaux, qui ont donné lieu à un grand nombre de publications depuis une vingtaine d'années. L'idée de ces travaux est de s'affranchir de la contrainte liée à la représentation des signaux dans une base et de représenter les signaux sur une famille redondante (appelée dictionnaire) de signaux élémentaires (appelés atomes) dans laquelle le signal sera représenté comme une combinaison linéaire d'un nombre limité d'atomes, alors que l'ensemble des éléments sont généralement nécessaires pour représenter le signal dans une base. L'ensemble des atomes, vecteurs colonnes  $\mathbf{w}_k$ , sont stockés dans une matrice  $\mathbf{W}$  et l'on cherche donc à retrouver un vecteur  $\mathbf{x}$  parcimonieux tel que les données s'écrivent  $\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x} + \epsilon$  avec  $\epsilon$  un terme de bruit.

La parcimonie d'un signal se mesure par la pseudo-norme  $\ell_0$  qui correspond au nombre de coefficients non nuls du vecteur  $\mathbf{x}$ . Ainsi, la solution la plus parcimonieuse correspondant aux données<sup>3</sup> se définit-elle comme :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_0 \text{ tel que } \|\mathbf{y} - \mathbf{W}\mathbf{x}\|^2 \leq \tau, \text{ où } \|\mathbf{x}\|_0 = \text{Card}\{k | x_k \neq 0\}, \quad (3.3)$$

<sup>2</sup>L'introduction du facteur  $1/\sqrt{N}$  au niveau de  $\mathbf{W}$  permet d'avoir des colonnes  $\mathbf{w}_p$  de norme unitaire, normalisation habituellement utilisée dans les travaux théoriques sur les représentations parcimonieuses.

<sup>3</sup>On se place ici directement dans le cas de données bruitées qui correspond à un problème d'approximation parcimonieuse plutôt qu'à un problème de représentation parcimonieuse, mais on continuera à parler de représentation parcimonieuse par abus de langage.

ou, de façon alternative, comme :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_x \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{W}\mathbf{x}\|^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_0. \quad (3.4)$$

La résolution de ce problème nécessite une exploration de toutes les combinaisons possible d'éléments non nuls du vecteur  $\mathbf{x}$  et ne peut donc pas être calculée en pratique. Deux alternatives sont alors généralement proposées dans le cadre des représentations parcimonieuses :

- la première, qualifiée d'approche gloutonne (*greedy*) consiste à ajouter itérativement des composantes non nulles à la solution ;
- la seconde, consiste à relaxer les problèmes (3.3) ou (3.4) pour obtenir un problème d'optimisation plus simple à résoudre, généralement convexe (*convex relaxation*), le plus souvent remplaçant la pseudo-norme  $\ell_0$  par la norme  $\ell_1$  :  $\|\mathbf{x}\|_1 = \sum_k |x_k|$ .

Les travaux théoriques publiés sur les représentations parcimonieuses visent le plus souvent à proposer des algorithmes efficaces d'optimisation pour ces approches et à donner des conditions garantissant que les solutions trouvées par ces alternatives sont équivalentes à celles des problèmes (3.3) ou (3.4). Notons que ces travaux considèrent généralement des dictionnaires constitués d'unions de bases (en particulier exploitant les efforts développés pour créer des transformations orthogonales des signaux et images de type ondelettes) ou des dictionnaires aléatoires. Pour notre part, nous avons étudié le cas de l'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés, en insistant sur ses spécificités par rapport au cadre général des représentations parcimonieuses.

### 3.2.1 Conditions de reconstruction de la solution parcimonieuse

La caractérisation des solutions obtenues par les approches gloutonnes ou de relaxation convexe par rapport à la solution de (3.3) a fait l'objet de nombreux travaux et des conditions suffisantes d'équivalence ont été proposées, reposant sur des mesures de quasi-orthogonalité de  $\mathbf{W}$ , par exemple :

- La cohérence mutuelle est définie par  $\mu(\mathbf{W}) = \max_{k \neq \ell} |\mathbf{w}_k^\dagger \mathbf{w}_\ell|$ . Les solutions obtenues de manière gloutonne [TRO 04] et par relaxation  $\ell_1$  [FUC 04] correspondent à la solution de (3.3) (dans un cas non bruité, donc pour  $\tau = 0$ ) si celle-ci satisfait  $\|\mathbf{x}\|_0 < (1 + 1/\mu(\mathbf{W}))/2$ .
- La constante d'isométrie  $\delta_K$  est la plus petite valeur telle que pour toute combinaison  $\mathbf{W}_K$  de  $K$  colonnes de  $\mathbf{W}$  et  $\forall \mathbf{u} \in \mathbb{C}^K$ ,  $(1 - \delta_K) \|\mathbf{u}\|^2 \leq \|\mathbf{W}_K \mathbf{u}\|^2 \leq (1 + \delta_K) \|\mathbf{u}\|^2$ . L'équivalence  $\ell_1 - \ell_0$  est alors assurée pour les solutions à moins de  $M$  composantes non nulles si  $\delta_M + \delta_{2M} + \delta_{3M} < 1$  pour des données non bruitées, et des solutions proches au sens de la norme  $\ell_2$  sont obtenues si  $\delta_{3M} + 3\delta_{4M} < 2$  dans le cas bruité [CAN 06].
- Le coefficient ERC (pour *Exact Recovery Coefficient*) s'écrit, pour une solution  $\hat{\mathbf{x}}$  de (3.3) de support  $\Omega = \{p | \hat{x}_p \neq 0\}$  :  $\text{ERC}(\Omega) = 1 - \max_{\ell \notin \Omega} \|\mathbf{W}_\Omega^+ \mathbf{w}_\ell\|_1$ , avec  $\mathbf{W}_\Omega^+ = (\mathbf{W}_\Omega^\dagger \mathbf{W}_\Omega)^{-1} \mathbf{W}_\Omega^\dagger$ . Une valeur positive de  $\text{ERC}(\Omega)$  garantit la convergence, dans le cas non bruité, des méthodes gloutonnes vers  $\hat{\mathbf{x}}$  [TRO 04, SOU 11] et assure que la solution obtenue par relaxation  $\ell_1$  correspond à la solution de (3.3) pour une valeur adéquate de  $\tau$  [TRO 06].

Nous nous sommes attachés (e.g., [BOU 13]) à étudier ces conditions pour notre problème d'analyse spectrale. En effet, dans ce cas, le dictionnaire est imposé par le modèle direct (3.2) et la structure du dictionnaire dépend de l'échantillonnage  $\{t_n\}_n$  et de la grille de discrétisation des fréquences  $\{f_p\}_p$ . Pour un échantillonnage régulier avec  $f_{\max}$  à la limite de Nyquist et pour un spectre  $\mathbf{x}$  de même taille que les données  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{W}$  est l'opérateur de TFD inverse, orthogonal. Dans le cas général, on a :

$$\{\mathbf{W}^\dagger \mathbf{W}\}_{k,\ell} = \mathbf{w}_k^\dagger \mathbf{w}_\ell = \frac{1}{N} \sum e^{j2\pi \frac{k-\ell}{P} f_{\max} t_n} = \frac{1}{N} \mathcal{W}_e\left(\frac{k-\ell}{P} f_{\max}\right), \quad (3.5)$$

où  $\mathcal{W}_e$  est la fenêtre spectrale (cf. § 3.1.1). La cohérence mutuelle s'écrit alors  $\mu(\mathbf{W}) = \max_{p \neq 0} \frac{1}{N} |\mathcal{W}_e(\frac{p}{P} f_{\max})|$ . Pour une analyse à haute résolution, *i.e.*,  $P$  élevé,  $\mu(\mathbf{W})$  correspond à l'échantillonnage de  $|\mathcal{W}_e|$  dans son lobe principal, et peut donc être très proche de 1. Lorsque la couverture temporelle comporte des trous périodiques, la fenêtre spectrale possède de forts lobes secondaires et l'échantillonnage de  $\mathcal{W}_e$  dans ces lobes peut également provoquer une valeur élevée de  $\mu(\mathbf{W})$ , typiquement supérieure à 0.5, même dans le cas où l'on ne recherche pas à effectuer une analyse à haute résolution. La condition suffisante sur  $\mu(\mathbf{W})$  n'est alors valable que pour  $\|x\|_0 \leq 1$ , ce qui garantit que les algorithmes gloutons comme la relaxation  $\ell_1$  fournissent la solution au problème (3.3) uniquement si celle-ci comporte au plus une sinusoïde. Concernant les constantes d'isométrie restreinte, on montre, avec  $u_k = u_{k+1} = 1$ ,  $u_\ell = 0$  pour  $\ell \neq k$ , que :

$$\delta_2 \geq \frac{\|\mathbf{W}\mathbf{u}\|^2}{\|\mathbf{u}\|^2} - 1 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \cos\left(2\pi \frac{f_{\max}}{P} t_n\right).$$

Pour  $P$  élevé, la fréquence  $f_{\max}/P$  est très faible et  $\delta_2$  est proche de 1. De ce fait, les conditions suffisantes de bonne reconstruction ne sont pas satisfaites, même pour l'estimation d'une unique sinusoïde. Enfin, l'ERC ne prend pas de forme exploitable pour l'analyse spectrale mais en pratique il se révèle toujours négatif sur les cas difficiles. Notons finalement que les propriétés basées sur la constante d'isométrie et l'ERC reposent sur le fait que la solution recherchée est *exactement* parcimonieuse dans le dictionnaire  $\mathbf{W}$ , ce qui n'est pas le cas pour l'analyse spectrale, où les vraies fréquences peuvent être localisées en dehors de la grille de discrétisation de  $x$ .

En résumé, la nature complexe de l'échantillonnage et la nécessité d'une haute résolution fréquentielle rendent le dictionnaire de Fourier très corrélé et les caractérisations classiques des critères et des algorithmes basés sur la parcimonie ne s'appliquent pas. À titre d'exemple, pour le schéma d'échantillonnage des données en Figure 3.3, une fréquence maximale de  $f_{\max} = 50$  c/j et une discrétisation fréquentielle avec  $P = 4000$  fréquences positives, correspondant à la configuration considérée pour les simulations, on obtient pour la cohérence mutuelle du dictionnaire  $\mu(\mathbf{W}) = 0,99$ , pour la constante d'isométrie  $\delta_2 \geq 0,98$  et ERC = -0,74 (calculé pour la solution parcimonieuse aux fréquences sur la grille les plus proches des vraies fréquences). Néanmoins, ces conditions sont des conditions suffisantes et non nécessaires, ce qui signifie que ces méthodes peuvent tout de même donner des résultats satisfaisants pour ce type d'application.

### 3.2.2 Approche par algorithmes gloutons

Dans un schéma général, les algorithmes gloutons construisent une solution pour laquelle, à l'itération  $n$ , le signal  $\mathbf{y}$  est approché par  $\tilde{\mathbf{y}}_n$ , combinaison linéaire de  $n$  atomes du dictionnaire, indexés par  $\Omega_n$  :

$$\tilde{\mathbf{y}}_n = \sum_{k \in \Omega_n} x_k \mathbf{w}_k = \mathbf{W}_{\Omega_n} \mathbf{x}_n, \text{ avec } \mathbf{W}_{\Omega_n} = [\mathbf{w}_k]_{k \in \Omega_n} \text{ et } \mathbf{x}_n = [x_k]_{k \in \Omega_n}.$$

Partant d'une initialisation nulle  $\tilde{\mathbf{y}}_0 = 0$ , chaque itération consiste donc en :

- i) la sélection d'un atome  $\mathbf{w}_{k(n)}$  à partir de l'approximation de l'itération précédente, définissant le nouveau support  $\Omega_n = \Omega_{n-1} \cup \{k(n)\}$  ;
- ii) la mise à jour des amplitudes  $\mathbf{x}_n$  des atomes sélectionnés ;
- iii) la mise à jour de l'approximation  $\tilde{\mathbf{y}}_n$  et de l'erreur résiduelle  $\mathbf{r}_n = \mathbf{y} - \tilde{\mathbf{y}}_n$ .

L'algorithme est arrêté lorsqu'aucun atome n'est plus significatif dans le résidu  $\mathbf{r}_n$ .

Le plus simple de ces algorithmes, le *Matching Pursuit* (MP) [MAL 93] sélectionne l'atome le plus corrélé au résidu :  $k(n) = \arg \max_k |\mathbf{w}_k^\dagger \mathbf{r}_{n-1}|$ . D'autres algorithmes gloutons ont été proposés avec différents choix pour l'étape de sélection ou pour l'étape de mise-à-jour tels que l'*Orthogonal*

*Matching Pursuit* (OMP) [PAT 93] et l'*Orthogonal Least Square* (OLS) (voire par exemple [BLU 07]). Le terme orthogonal indique que la mise-à-jour des amplitudes est effectuée par projection orthogonale, c'est-à-dire de façon à minimiser la norme du résidu  $\|\mathbf{y} - \mathbf{W}_{\Omega_n} \mathbf{x}_n\|^2$  (pour l'OMP et l'OLS) et, dans le cas de l'OLS, la sélection du nouvel atome se fait également de façon à minimiser cette norme. Un des défauts de ce type d'approche est que si un des atomes sélectionné ne correspond pas à un atome réellement présent dans les données, ces erreurs d'estimation vont se propager au cours des itérations.

Nous n'avons pas particulièrement travaillé sur le développement d'approches gloutonnes, mais nous nous sommes attachés à interpréter ces différents algorithmes dans le cas de l'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés et à les comparer aux méthodes traditionnellement utilisées par les astronomes. Ainsi, dans le cas de l'analyse spectrale, il est immédiat de montrer que  $|w_k^\dagger \mathbf{r}_{n-1}| = \frac{1}{\sqrt{N}} |\sum_n y_n e^{-j2\pi f_k t_n}| = \sqrt{\frac{1}{N} |R_n(f_k)|^2}$  où  $R_n(f)$  est la transformée de Fourier de l'erreur résiduelle; l'atome sélectionné par les algorithmes MP et OMP correspond donc à la fréquence sur la grille maximisant le périodogramme de cette erreur résiduelle. Il est intéressant de constater que pour ce problème particulier, des algorithmes gloutons ont été exploités en astrophysique dès le début des années 1970, l'algorithme MP étant alors utilisé sous la dénomination de *pre-whitening* [GRA 73], et des heuristiques ont été utilisées pour être moins sensible aux propagations des erreurs de détection, tel que dans la méthode *Clean* [ROB 87]. Notons également que le principe de l'OMP était évoqué indépendamment des travaux sur les représentations parcimonieuses par la méthodologie dénommée *Cleanest* [FOS 95], où non seulement il était recommandé de mettre à jour les amplitudes, mais également de minimiser l'erreur quadratique entre les données et le modèle en améliorant la position précise des fréquences hors de la grille, par exemple tel que mis en œuvre dans le logiciel *periodo4* largement utilisé par les astronomes<sup>4</sup>. Notons d'ailleurs que ces méthodes sont généralement utilisées non pas à partir du périodogramme (projection orthogonale sur des exponentielles complexes), mais à partir du périodogramme de Lomb-Scargle [LOM 76, SCA 82] (projection orthogonale simultanée sur des cosinus et sinus), ce qui est équivalent pour des données à valeurs réelles dans le cas de l'échantillonnage régulier mais plus cohérent statistiquement pour des données irrégulièrement échantillonnées (e.g., [BOU 13]).

Un nouvel algorithme dénommé *Single Best Replacement* (SBR) a été proposé récemment pour minimiser le critère quadratique pénalisé par la pseudo-norme  $\ell_0$  (3.4) [SOU 11]. Inspiré de l'algorithme *Single Most Likely Replacement* (SMLR) utilisé dans le cadre de la modélisation Bernoulli-Gaussienne (voir § 3.3), il peut être vu comme un algorithme glouton ajoutant ou supprimant un atome à chaque itération. Cette possibilité de supprimer un atome sélectionné de façon erroné au cours des itérations permet en théorie d'être moins sensible à des erreurs de fausse détection que les algorithmes gloutons classiques.

A titre illustratif, nous avons reporté Figure 3.4 les résultats de ces différents algorithmes sur les données de la Figure 3.3. Les paramètres des différents algorithmes ont été réglés de façon à ce que, avec une probabilité de 95%, le résidu ne puisse pas se distinguer d'un bruit blanc gaussien de même variance. On constate aisément sur ces figures l'apport que constitue des algorithmes tels que l'OLS et le SBR par rapport au MP et à l'OMP dans lesquels des erreurs peuvent être effectuées dans l'étape de sélection, ces erreurs se propageant dans la suite des itérations. On remarque également sur cet exemple que la remise en cause possible par le SBR d'une sélection grâce à la possibilité de suppression d'un atome sélectionné, permet d'améliorer la localisation précise des fréquences.

<sup>4</sup>Le logiciel *periodo4* est disponible sur <http://www.univie.ac.at/tops/Period04/>. Cependant les algorithmes utilisés dans ce logiciel ne sont pas réellement décrits, en particulier on ne sait pas réellement comment est effectuée cette amélioration des amplitudes et des fréquences dans le logiciel.

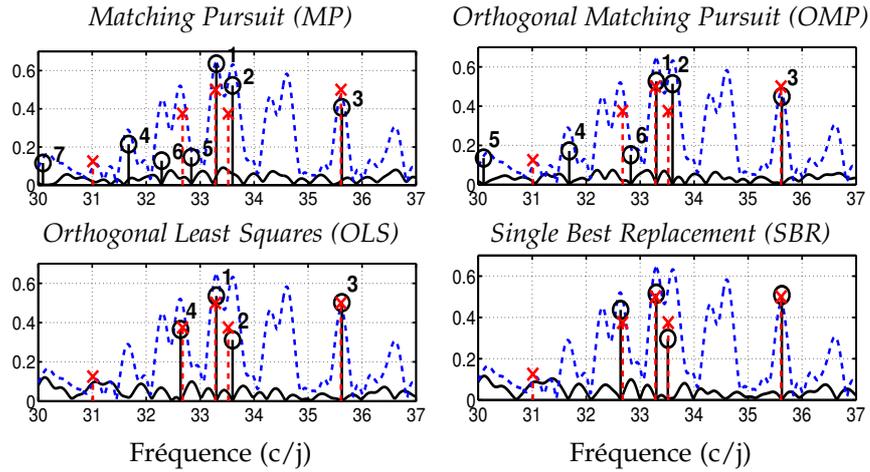


FIG. 3.4 – Résultats des algorithmes gloutons sur l'analyse spectrale des données de la Figure 3.3 : module du spectre de Fourier des données (pointillé), raies théoriques ( $\times$ ), raies estimées ( $\circ$ ) et résidu d'estimation (trait plein). Pour MP, OMP et OLS, l'ordre de détection des fréquences est également indiqué.

### 3.2.3 Approche par relaxation convexe

Les principaux travaux que nous avons effectué sur l'optimisation parcimonieuse ont considéré une relaxation convexe du critère (3.4) :

$$\hat{x} = \arg \min_x J(x), \quad J(x) = \frac{1}{2} \|y - \mathbf{W}x\|^2 + \lambda \Phi(x) \quad (3.6)$$

avec une pénalisation  $\Phi(x) = \sum_p \phi(x_p)$ . Nous avons étudié le cas d'une pénalisation convexe différentiable avant de nous focaliser sur le cas, maintenant classique, d'une pénalisation  $\ell_1$  :  $\phi(x) = |x|$ . Nous nous sommes intéressés aux propriétés des solutions ainsi définies et nous avons proposé de nouveaux algorithmes d'optimisation.

Dans un premier temps, nous avons étudié la structure de l'opérateur  $\mathbf{W}$  dans le cas de d'un échantillonnage régulier avec données manquantes et dans le cas de l'échantillonnage irrégulier [BOU 05d]. Bien sûr dans ces situations, l'opérateur de transformée de Fourier n'est plus orthogonal, cependant, comme on peut le constater eq. (3.5), la matrice  $\mathbf{W}^t \mathbf{W}$  est Toeplitz hermitienne, ce qui peut être exploité pour le stockage de la matrice ou pour le calcul, puisque les produits du type  $\mathbf{W}^t \mathbf{W}u$  peuvent être calculés à moindres coûts par transformée de Fourier rapide (FFT). Elle est même circulante dans le cas d'un échantillonnage régulier avec données manquantes (ce qui permet de ne pas recourir à du *zero-padding* lorsque l'on calcule les produits de type  $\mathbf{W}^t \mathbf{W}u$  par FFT).

Concernant le terme de pénalisation, nous nous sommes inspirés des méthodes développées dans le cadre temps court [CIU 01] pour proposer une méthode d'analyse spectrale de signaux à données manquantes en prenant en compte une pénalisation différentiable. Nous avons étudié le cas de pénalisations quadratiques [BOU 05c], du type  $\Phi(x) = \frac{1}{2} x^t \mathbf{\Pi} x$ . Bien sûr, ce type de pénalisation ne favorise pas la parcimonie de la solution, mais possède l'avantage de disposer d'une solution explicite pour la solution :  $\hat{x} = (\mathbf{W}^t \mathbf{W} + \lambda \mathbf{\Pi})^{-1} \mathbf{W}^t y$ . Cependant, alors qu'une telle régularisation s'interprète comme un fenêtrage temporel des données dans le cas de l'échantillonnage régulier, une telle interprétation n'est plus immédiate dans le cas de l'échantillonnage irrégulier. Puis nous avons étudié le cas de la pénalisation hyperbolique, du type  $\phi(x) = \sqrt{x^2 + s^2}$ , à la fois convexe, différentiable et favorisant la parcimonie. Notons que pour  $s$  petit, le terme de pénalisation se ramène à la pénalisation  $\ell_1$ . Nous avons montré que des algorithmes d'optimisation par descente, utilisant le gradient (donc exploitant la différentiabilité), se révélaient efficaces par rapport à des algorithmes minimisant des critères augmentés semi-quadratiques du type *Iterative*

*Reweighted Least-Square* (IRLS) ou des algorithmes génériques de programmation quadratique visant à résoudre le cas de la pénalisation  $\ell_1$  [BOU 05d].

Ensuite, nous avons étudié le cas de la pénalisation par la norme  $\ell_1$  et je vais maintenant détailler le résultat de nos travaux sur ce point.

### 3.2.4 Pénalisation $\ell_1$ pour l'analyse spectrale

Nous avons donc proposé de résoudre le problème de recherche de raies spectrale à partir de données irrégulièrement échantillonnées comme solution du problème (3.6) pour  $\Phi(\mathbf{x}) = \sum_p |x_p|$  avec  $\mathbf{W}$  défini en (3.2). Ce problème pourrait donc être considéré comme un problème classique de représentation parcimonieuse des signaux. Néanmoins, cette application particulière apporte quelques spécificités au problème sur lesquelles nous avons porté notre attention.

#### Variables complexes

Les inconnues sont des variables à valeurs complexes (amplitudes complexes  $x_k$ ), et non réelles comme c'est habituellement le cas pour les représentations parcimonieuses. Dans la situation particulièrement délicate de l'échantillonnage irrégulier, il est important de pénaliser simultanément la partie réelle et la partie imaginaire des amplitudes complexes  $x$ . Une pénalisation  $\ell_1$  sur le module s'est avérée pertinente en termes de modélisation [BOU 07c]. En effet, si une raie spectrale est présente à la fréquence  $f_p$ , les parties réelle et imaginaire de l'amplitude associée sont généralement toutes deux non nulles. Du point de vue de l'inférence statistique, une telle pénalisation sur le module correspond à considérer un estimateur du maximum *a posteriori* pour des lois *a priori* indépendantes et identiquement distribuées sur les  $x_p$ , suivant chacun une loi de Laplace circulaire, soit à considérer une loi *a priori* uniforme sur l'intervalle  $[0, 2\pi[$  pour la phase. Nous avons pu vérifier en pratique qu'une pénalisation indépendante sur les parties réelles et imaginaires induisait bien souvent une détection erronée des fréquences.

Notons qu'en terme de représentation parcimonieuse, la pénalisation  $\ell_1$  du module correspond à la prise en compte d'une norme mixte de type  $\ell_{2,1}$  [KOW 09] puisque  $|x_p| = \sqrt{\Re\{x_p\}^2 + \Im\{x_p\}^2}$  (voir § 6.3 pour plus de détails sur les normes mixtes et la parcimonie conjointe)

Enfin, une telle modélisation interdit l'utilisation de certains algorithmes. En particulier, le problème ne s'écrit plus comme un problème de programmation quadratique (QP) mais comme un problème de *Second Order Cone Programming* (SOCP) [BOU 07b] (Voir [MAL 05] pour une présentation très pédagogique sur les SOCP). De ce fait, tous les algorithmes QP utilisés habituellement ne peuvent pas être utilisés dans notre cas. De même les algorithmes homotopiques (par exemple l'algorithme LARS [EFR 04]), particulièrement efficaces puisqu'ils permettent d'obtenir simultanément toutes les solutions pour toutes les valeurs du paramètre de pénalisation  $\lambda$ , ne peuvent pas être utilisés.

Finalement, il est rassurant de constater que la solution à ce problème satisfera la propriété de symétrie Hermitienne ( $x_{-p} = x_p$ ) si les données sont à valeurs réelles [CIU 01].

#### Propriétés du minimiseur et interprétation du paramètre de régularisation

Le terme de pénalisation  $\ell_1$  étant convexe, le critère pénalisé est également convexe et ne possède donc pas de minima locaux. Néanmoins, l'unicité du minimiseur global n'est *a priori* pas garantie si le nombre d'inconnues est supérieur au nombre de données, à cause de la convexité non stricte de la pénalisation  $\ell_1$ . Dans le cadre des représentations parcimonieuses, les conditions liées à l'ERC et à la cohérence mutuelle garantissant la reconstruction de la solution parcimonieuse vues § 3.2.1 garantissent également l'unicité de la solution. Or, on a vu que ces condi-

tions suffisantes n'étaient pas satisfaites pour l'analyse spectrale en échantillonnage irrégulier. Nous avons démontré une condition plus souple pour l'unicité de la solution liée à la propriété d'*Unique Representation Property* (URP), introduite dans [GOR 97] pour le cas non bruité. Ainsi si la matrice  $\mathbf{W}$  satisfait la condition URP (à savoir que toute sous matrice carrée est de rang plein), alors si un minimiseur possède moins de  $N/2$  éléments non nuls, il est unique. D'autre part, nous avons montré que dans le cas de l'analyse spectrale, la matrice  $\mathbf{W}$  satisfait toujours la condition d'URP dans le cas de l'échantillonnage régulier avec *zero-padding*. Dans le cas de l'échantillonnage irrégulier, s'il est aisé de trouver des contre-exemples, nous avons pu montrer que ces contre-exemples étaient des cas isolés [BOU 07c].

Nous avons généralisé au cas de variables complexes une propriété du minimiseur proposée par [ALL 94] à savoir que si l'on note  $\hat{\mathbf{x}}$  ce minimiseur et  $\mathbf{r} = \mathbf{W}^\dagger(\mathbf{W}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y})$ , alors :  $|r_p| < \lambda$  pour  $p$  tel que  $x_p = 0$  et  $r_p + \lambda\hat{x}_p/|\hat{x}_p| = 0$  pour  $p$  tel que  $x_p \neq 0$ . Nous avons exploité cette propriété de deux façons :

- Tout d'abord comme test d'arrêt des algorithmes d'optimisation. En effet, nous avons constaté que les tests d'arrêt utilisés habituellement dans les algorithmes de descente, à la fois sur la variation des paramètres d'une itération à l'autre (du type  $\|\mathbf{x}^{(n)} - \mathbf{x}^{(n-1)}\|^2 < \alpha_1$  où  $\mathbf{x}^{(n)}$  correspond à la valeur des paramètres à l'itération  $n$ ) et sur la variation du critère (du type  $J(\mathbf{x}^{(n-1)}) - J(\mathbf{x}^{(n)}) < \alpha_2$ ) n'étaient pas pertinents pour obtenir une solution réellement parcimonieuse. Le problème est peut-être moins critique dans le cadre des représentations parcimonieuses puisque l'intérêt se porte sur l'obtention d'une bonne approximation du signal (donc sur  $\mathbf{W}\hat{\mathbf{x}}$ ) plus que sur les coefficients  $\hat{\mathbf{x}}$  eux-même alors que ce sont bien ces derniers qui nous intéressent pour l'analyse spectrale et en particulier de détecter ceux d'amplitude non nulle. Aussi, nous avons proposé [BOU 07b] d'arrêter les itération lorsque  $|r_p^{(n)}| < \lambda$  si  $x_p^{(n)} = 0$  et  $|r_p^{(n)} + \lambda\hat{x}_p^{(n)}/|\hat{x}_p^{(n)}| < \alpha$  (avec  $\alpha$  très petit) si  $x_p^{(n)} \neq 0$ , où  $\mathbf{r}^{(n)} = \mathbf{W}^\dagger(\mathbf{W}\mathbf{x}^{(n)} - \mathbf{y})$  qui prend bien en compte la parcimonie de la solution.
- Enfin, cette relation permet de donner une interprétation physique au paramètre  $\lambda$ . En effet, si l'on regarde uniquement le module de  $\hat{\mathbf{r}}$  on voit que  $|\hat{r}_k| \leq \lambda$  avec une égalité pour les indices  $k$  tels que  $x_k \neq 0$ . Or

$$|\hat{r}_k| = |\{\mathbf{W}^\dagger\mathbf{W}\hat{\mathbf{x}}\}_k - \{\mathbf{W}^\dagger\mathbf{y}\}_k| = \left| \sum_{p=-P}^P \hat{x}_p \mathcal{W}(f_p - f_k) - \mathcal{Y}_e(f_k) \right| = |\mathcal{R}(f_k)|$$

correspond donc au module de la transformée de Fourier du résidu entre les données et le modèle estimé. Aussi, on peut régler le paramètre  $\lambda$  de façon à ce que le périodogramme des résidus soit inférieur à un certain pourcentage du maximum du périodogramme des données [BOU 07a]. Ainsi, il est immédiat de montrer que si  $\lambda \geq \lambda_{\max} = \max_k |\mathcal{Y}_e(f_k)|$  alors  $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$  et que si  $\lambda = \lambda_{\max}/10$  (par exemple) alors  $|\mathcal{R}(f_k)| \leq |\mathcal{Y}_e(f_k)|/10$  à toutes les fréquences  $f_k$ .

### Algorithmes d'optimisation

Nous avons également proposé des algorithmes d'optimisation adaptés au problème. En effet, hormis le fait que certains algorithmes classiques utilisés pour les représentations parcimonieuses ne sont pas valables pour des variables à valeurs complexes, nous avons constaté que les algorithmes classiques utilisables, qui exploitent la plupart du temps des algorithmes de transformation rapide associés aux dictionnaires choisis, n'étaient pas très efficaces pour notre problème. De plus, le fait que le dictionnaire soit corrélé ralentit encore la convergence de ces algorithmes, en tout cas lorsque le test d'arrêt défini précédemment était utilisé. Nous avons travaillé sur deux types d'algorithmes exploitant explicitement la parcimonie : l'IRLS (*Iterative Reweighted Least Square*) et l'ICD (*Iterative Coordinate Descent*).

- L'IRLS peut être présenté de différents points de vue : comme un algorithme visant à minimiser un critère non quadratique par approximations quadratiques successives [YAR 85], en tant qu'algorithme minimisant un critère augmenté semi-quadratique [CHA 04] ou comme algorithme d'*Expectation Minimisation* (EM) [CHA 04]. L'avantage de cet algorithme dans le cas de la pénalisation  $\ell_1$  [FIG 03] est que la dimension des systèmes linéaires à résoudre diminue lorsque le nombre d'éléments mis à zéro augmente au cours des itérations. En pratique, on peut seuiller les faibles amplitudes afin de réduire plus rapidement cette dimension. La convergence de l'IRLS vers un minimiseur du critère est garantie dans le cas de variables convexes (voir par exemple [FUC 07]), mais pas lorsque la propriété précédente est exploitée pour accélérer les calculs.
- L'ICD peut être vu comme un algorithme d'optimisation très primaire, dans lequel à chaque itération un seul des paramètres est mis à jour. Ce type d'algorithme est généralement fortement décommandé dans les ouvrages sur l'optimisation, mais il revêt une forme particulière dans le cas de la pénalisation  $\ell_1$ . En effet, dans ce cas, la minimisation par rapport à chacun des paramètres se fait de façon analytique puisque  $\arg \min_u \frac{1}{2} \|z - wu\|^2 + \lambda |u| = S_\lambda(w^+z)$  avec  $S_\lambda$  un opérateur de seuillage doux adapté aux variables complexes :  $S_\lambda(\rho e^{j\psi}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \rho \leq \lambda, \\ (\rho - \lambda)e^{j\psi} & \text{si } \rho > \lambda. \end{cases}$

Nous avons constaté que ces deux algorithmes ont des comportements radicalement différents, à savoir que l'ICD réduit très rapidement le nombre de paramètres non nuls mais est relativement lent pour trouver les bonnes amplitudes des paramètres non nuls, au contraire de l'IRLS qui trouve très rapidement les bonnes amplitudes des paramètres non nuls, mais est très lent à annuler les paramètres non nuls. Aussi, nous avons proposé un algorithme hybride, intercalant des étapes d'IRLS et d'ICD [BOU 07c], bénéficiant de la rapidité de l'IRLS et de l'ICD sur ces deux aspects et dont la convergence vers un minimiseur est garantie. Nous avons constaté que d'autres algorithmes hybrides pouvaient être proposés sur ce principe, tirant partie de la parcimonie de la solution. Par exemple, intercaler de nombreuses étapes d'ICD où seuls les paramètres non nuls sont mis à jour, à de rares étapes d'ICD où toutes les variables étaient mises à jour, permettaient une optimisation très efficace. Un tel algorithme a été mis en œuvre dans le logiciel libre d'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés, dénommé *SparSpec*, que nous avons développé<sup>5</sup> (disponible sur ma page <http://userpages.irap.omp.eu/~hcarfantan>).

### Biais en amplitude et en fréquence

Rappelons que, même si le résultat de la minimisation avec la pénalisation  $\ell_1$  est sensé dans certaines conditions donner une solution équivalente à celle de la pénalisation  $\ell_0$ , l'équivalence se fait au niveau du support de la solution, c'est-à-dire les indices des paramètres d'amplitude non nulle, donc dans notre cas les fréquences détectées, et non sur leur amplitude. En effet, la prise en compte de la pénalisation  $\ell_1$  introduit un biais sur l'estimation de l'amplitude. Cependant, il est aisé *a posteriori* de ré-estimer de façon non biaisée, par moindres carrés, les amplitudes des paramètres non nuls.

Dans le cas de l'analyse spectrale un problème supplémentaire de biais en fréquence se produit du fait que l'on cherche des fréquences sur la grille  $\{p \frac{f_{\max}}{P}\}_{p=-P \dots P}$  alors que les fréquences  $\nu_k$  présentes dans le signal ne sont pas nécessairement sur cette grille. En pratique, une fréquence  $\nu_k$  hors de la grille provoquera bien souvent l'apparition de deux paramètres non nuls  $p$  et  $p + 1$  tels que  $p \frac{f_{\max}}{P} < \nu_k < (p + 1) \frac{f_{\max}}{P}$ . Pour corriger ce biais en fréquence, une

<sup>5</sup>Remarquons qu'en pratique, pour des données astrophysique, on dispose d'une idée de la variance du bruit associée à chaque donnée, en général liée aux conditions d'observations. Aussi, la mise en œuvre proposée dans *SparSpec* permet-elle de prendre en compte cette variance dans le terme quadratique, ce qui revient à une simple pondération des données et de la matrice  $\mathbf{W}$ . Nous n'insisterons pas sur cet aspect ici.

technique d'optimisation non convexe sur les amplitudes et les fréquences, autour des valeurs obtenues par optimisation parcimonieuse, pourrait être mise en œuvre, comme cela est proposé pour la méthodologie *Cleanest* à chaque itération d'un algorithme glouton. Néanmoins, en pratique, une simple estimation de la fréquence par barycentre puis estimation de l'amplitude par moindres carrés a donné des résultats très satisfaisants.

Enfin, notons que l'amplitude liée à la fréquence nulle  $f_0 = 0$  ne correspond pas à une fréquence présente dans les données mais à une valeur moyenne non nulle du signal. Pour des signaux irrégulièrement échantillonnés, il est très fréquent que la valeur moyenne des données soit un mauvais estimateur de la valeur moyenne du signal, aussi il n'est généralement pas possible de retrancher cette valeur moyenne *a priori* et il est nécessaire de l'estimer simultanément aux autres fréquences. Cependant, en pratique, il est préférable de ne pas pénaliser l'amplitude correspondante, car le biais sur cet amplitude peut provoquer l'apparition de paramètres d'amplitudes non nulles au niveau des lobes secondaires de la fenêtre spectrale si la valeur moyenne du signal est élevée.

Les résultats d'estimation correspondant à cette approche sont illustrés Figure 3.5 pour les données de la Figure 3.3 avec  $\lambda$  réglé, dans chacun des cas, de façon à ce que, avec une probabilité de 95%, le résidu ne puisse pas se distinguer d'un bruit blanc gaussien de même variance, comme pour les résultats des algorithmes gloutons de la Figure 3.4. On constate sur cet exemple que l'étape de correction *a posteriori*, au moins des amplitudes, est indispensable pour une bonne interprétation des résultats.

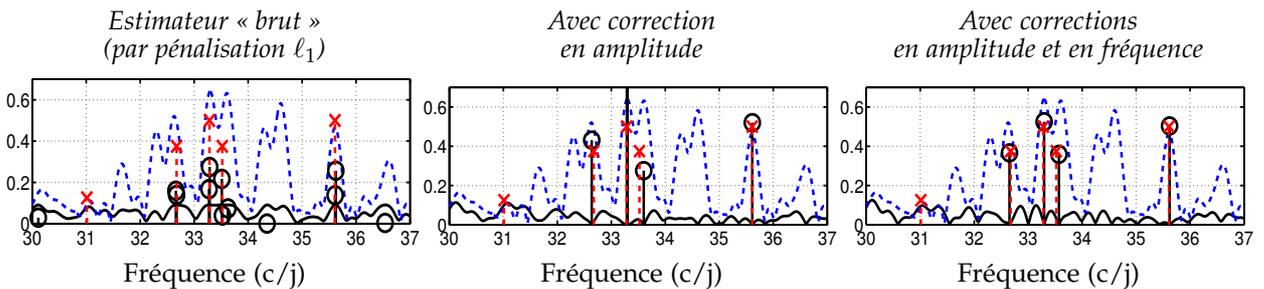


FIG. 3.5 – Résultats de la pénalisation  $\ell_1$  pour l'analyse spectrale des données de la Figure 3.3 : module du spectre de Fourier des données (pointillé), raies théoriques ( $\times$ ), raies estimées ( $\circ$ ) et résidu d'estimation (trait plein). À gauche, estimateur « brut ». Au centre, estimateur obtenu en corrigeant les amplitudes. À droite, solution après correction du dédoublement des fréquences.

### 3.3 APPROCHE PAR MODÉLISATION BERNOULLI-GAUSSIENNE

Nous nous sommes également intéressés à la prise en compte de l'*a priori* de parcimonie dans un cadre bayésien par l'intermédiaire d'un modèle probabiliste hiérarchique des amplitudes spectrales sous la forme d'un processus Bernoulli-Gaussien (BG). Il est d'ailleurs très étonnant qu'un tel modèle n'ait pas été plus utilisé dans le cadre des représentations parcimonieuses alors qu'il est intrinsèquement parcimonieux. Ce type de modèle a été introduit pour des problèmes de déconvolution impulsionnelle, associé à l'estimateur du maximum *a posteriori* et des algorithmes d'optimisation combinatoire sous optimaux [KOR 82]. Il avait d'ailleurs dans ce cadre été généralisé à des variables complexes circulaires dans un cadre d'analyse spectrale à temps court [DUB 96]. Ce modèle a également été utilisé, cette fois-ci en déconvolution impulsionnelle aveugle, associé à l'estimateur de la moyenne *a posteriori* et des algorithmes d'échantillonnage stochastique [CHE 96]. C'est cette direction que nous avons choisi de suivre pour nos travaux sur l'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés.

### 3.3.1 Modélisation BG pour l'analyse spectrale

La parcimonie est introduite de façon explicite dans le modèle BG grâce à des variables de Bernoulli  $q_p$  égales à 0 lorsque l'amplitude  $x_p$  est nulle et égales à 1 sinon. Le paramètre  $\gamma$  de la loi de Bernoulli règle le niveau de parcimonie de la solution puisque  $\text{Proba}(q_p = 1) = \gamma$ . Les paramètres de Bernoulli  $\{q_p\}_{p=-P\dots P}$  sont supposés indépendants et identiquement distribués, aussi la loi *a priori* de  $\mathbf{q}$  s'écrit :  $\text{Proba}(\mathbf{q}) = \gamma^{N_q}(1 - \gamma)^{N - N_q}$  avec  $N_q$  le nombre de composantes non nulles du vecteur  $\mathbf{q}$  :  $N_q = \sum_p q_p = \|\mathbf{q}\|_0$ .

Conditionnellement au fait que la variable de Bernoulli vaille 1, l'amplitude  $x_p$  est considérée comme une variable aléatoire gaussienne de variance  $\sigma_1^2$ . Dans le cas d'amplitudes complexes, il est naturel de considérer des variables gaussiennes circulaires, ce qui revient à supposer la phase uniformément distribuée sur l'intervalle  $[0, 2\pi[$ . Notons que, plutôt que de travailler avec le modèle en exponentielles complexes de l'éq. (3.2), avec des amplitudes complexes  $x_k$ , nous avons travaillé, pour le modèle BG, avec une modélisation en cosinus et sinus, soit :  $y_n = a_0 + \sum_{p=1}^P a_p \cos(2\pi f_p t_n) + b_p \sin(2\pi f_p t_n) + \epsilon_n$ . De ce fait, les amplitudes  $a_p$  et  $b_p$  sont réelles, indépendantes entre elles, mais corrélées à la même variable de Bernoulli  $q_p$ , à savoir que conditionnellement au fait que la variable de Bernoulli  $q_p$  vaille 1, les amplitudes  $a_p$  et  $b_p$  sont des variables gaussiennes indépendantes de même variance  $\sigma_1^2$ . Cependant, pour ne pas alourdir les notations, nous considérerons pour le reste de ce chapitre la notation avec des variables complexes. Une présentation synthétique avec ces notations pourra être trouvée dans [BOU 13]. Soit la loi *a priori* conditionnelle de  $\mathbf{x}$  :  $p(\mathbf{x}|\mathbf{q}) = g_{2P+1}^C(\mathbf{x}, \Sigma_{\mathbf{x}|\mathbf{q}})$ , où  $g_N^C(\mathbf{x}, \Sigma)$  représente la distribution gaussienne circulaire centrée de dimension  $N$  de matrice de covariance  $\Sigma$  ( $g_N(\mathbf{x}, \Sigma)$  représentera quand à elle la distribution gaussienne pour des variables réelles) et  $\Sigma_{\mathbf{x}|\mathbf{q}} = \text{diag}\{q_k \sigma_1^2\}$  (par abus de notation, on considère qu'une distribution gaussienne de variance nulle est un Dirac :  $g_1(x, 0) = \delta(x)$ ).

En considérant, comme dans le modèle (3.2), des perturbations additives, gaussiennes, indépendantes, identiquement distribuées et de variance  $\sigma_\epsilon^2$ , la règle de Bayes permet d'écrire la loi *a posteriori* des observations :

$$p(\mathbf{q}, \mathbf{x}|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{q}, \mathbf{x})p(\mathbf{x}|\mathbf{q})\text{Proba}(\mathbf{q})}{p(\mathbf{y})} = \frac{1}{p(\mathbf{y})} g_N(\mathbf{y} - \mathbf{W}\mathbf{x}, \sigma_\epsilon^2 \mathbf{I}_N) g_{2P+1}^C(\mathbf{x}, \Sigma_{\mathbf{x}|\mathbf{q}}) \gamma^{N_q} (1 - \gamma)^{N - N_q}$$

La maximisation de cette loi *a posteriori* nécessite d'explorer toutes les combinaisons de variables  $\mathbf{q}$ . Aussi l'estimateur du maximum *a posteriori* ne peut il être calculé de façon exacte. Des algorithmes d'optimisation spécifiques à ce problème ont été proposés, mais ils sont sous optimaux dans le sens où la convergence vers le minimiseur n'est pas garantie. Par exemple l'algorithme *Single Most Likely Replacement* (SMLR) [KOR 82] propose à chaque itération de modifier une des variables de Bernoulli  $q_p$  (c'est-à-dire mettre  $q_p$  à 1 si elle est nulle ou l'annuler si elle vaut 1), en mettant à jour les amplitudes  $\mathbf{x}$ , en testant parmi toutes ces variables quelle est la modification qui augmente le plus la loi *a posteriori*.

L'estimateur au sens de la moyenne *a posteriori* ne peut pas lui non plus être calculé de façon exacte, mais il peut être estimé à partir d'échantillons de cette loi *a posteriori* générés par échantillonnage stochastique. Notons qu'une telle approche par échantillonnage stochastique permet d'obtenir bien plus d'informations qu'un simple estimateur ponctuel, puisqu'elle permet d'obtenir d'autres caractéristiques statistiques sur les paramètres estimés tels que leur variance. Notons, enfin, qu'une estimation non supervisée peut être envisagée dans ce cadre, en prenant en compte des lois *a priori* peu informatives sur les paramètres  $\sigma_1$ ,  $\lambda$ , et  $\sigma_\epsilon$ , ce qui permet de n'avoir aucun paramètre à régler. Une telle approche a été proposée dans [CHE 96] pour un problème de déconvolution ; nous l'avons approfondie pour l'analyse spectrale.

Sans entrer dans les détails des algorithmes, je vais synthétiser les travaux que nous avons effectués.

### 3.3.2 Échantillonnage de Gibbs et analyse des échantillons

Les techniques d'échantillonnage stochastique visent à générer des échantillons de vecteurs aléatoires suivant une loi donnée. Dans les cas les plus simples (typiquement le cas gaussien), les échantillons générés sont statistiquement indépendants. Mais le plus souvent ces échantillons sont issus d'une chaîne de Markov dont la distribution asymptotique est la loi cible, d'où la dénomination de méthodes de Monte-Carlo par Chaîne de Markov (MCMC). Il existe plusieurs algorithmes d'échantillonnage par MCMC et l'échantillonnage de Gibbs est parfaitement adapté au cas du modèle Bernoulli-Gaussien. L'idée pour chaque nouvelle réalisation du vecteur de paramètre est d'échantillonner chacun des paramètres les un après les autres suivant leur loi *a posteriori* conditionnelle par rapport à la valeur courante de l'ensemble des paramètres, loi qui se note  $p(x_p, q_p | \mathbf{y}, \mathbf{x}_{-p}, \mathbf{q}_{-p})$  où les vecteurs  $\mathbf{x}_{-p}$  et  $\mathbf{q}_{-p}$  regroupent tous les paramètres d'indices différents de  $p$ . Dans le cas du modèle BG, il est simple de montrer que ces loi *a posteriori* conditionnelles sont également des lois Bernoulli-Gaussiennes dont on dispose d'une expression analytique des paramètres  $\gamma_p$  et  $\sigma_p$ , et sont donc très simples à échantillonner (il suffit de générer une variable de Bernoulli puis, si cette variable de Bernoulli vaut 1, une variable gaussienne). Une fois un grand nombre  $M$  de ces échantillons  $\{(\mathbf{q}^{(m)}, \mathbf{x}^{(m)})\}_{m=1\dots M}$  générés, en ayant pris soin de supprimer les premiers échantillons trop influencés par l'initialisation (période dite de « chauffage » de l'algorithme MCMC), on peut exploiter les réalisations pour estimer différentes quantités. Dans notre cas, nous considérons [BOU 05b] :

- la moyenne *a posteriori* des variables de Bernoulli  $\hat{q} = \frac{1}{M} \mathbf{q}^{(m)}$ , qui peut-être assimilée à une probabilité de présence d'une raie en chaque fréquence  $f_p$  de la grille. Un seuillage peut alors être effectué pour ne conserver comme fréquences détectées que celles ayant une probabilité de présence supérieure à un niveau de confiance souhaité, par exemple, à 95%.
- conditionnellement à ces fréquences détectées, on dispose d'une expression analytique de la valeur moyenne et de la variance des amplitudes correspondantes.

On dispose ainsi d'un ensemble de fréquences détectées, avec leur probabilité de présence, de l'amplitude correspondante ainsi que la variance sur ces amplitudes.

Dans le cas non supervisé, en choisissant des lois *a priori* non informatives de Jeffreys pour  $\sigma_e$  et  $\sigma_1$  et une loi uniforme sur l'intervalle  $[0, 1]$  pour le paramètre de Bernoulli  $\gamma$ , les lois *a priori* conditionnelles de ces paramètres peuvent encore être échantillonnées aisément et l'algorithme de Gibbs utilisé en échantillonnant également ces paramètres, ce qui évite leur réglage *a priori*.

### 3.3.3 Accélération de l'échantillonnage

L'échantillonneur de Gibbs garantit le fait que asymptotiquement les échantillons générés suivent la loi cible (voir par exemple [ROB 96]). Cependant, cette convergence peut-être très lente en pratique et l'échantillonneur peut rester bloqué un certain nombre d'itération dans des configurations non désirées. Nous avons repéré une de ces configurations pour l'analyse spectrale et avons proposé un moyen rapide pour y échapper afin d'accélérer la convergence de l'échantillonneur de Gibbs.

En effet, même si une des fréquences  $\nu_k$  présente dans le signal correspond à une fréquence  $f_p$  de la grille, il arrive que l'échantillonneur de Gibbs mette une variable de Bernoulli à 1 pour les deux fréquences voisines  $f_{p-1}$  et  $f_{p+1}$ . Dans ce cas, la probabilité d'échapper à cette situation est très faible car les paramètres étant modifiés un à un, cela nécessite d'effectuer successivement trois modifications de faible probabilité : mettre à 1 la variable de Bernoulli  $q_p$  et mettre à 0  $q_{p-1}$  et  $q_{p+1}$ . Cette probabilité n'est pas nulle et cette modification pourra donc avoir lieu, mais en pratique l'échantillonneur de Gibbs reste coincé dans une telle configuration pendant un grand nombre d'itérations. Aussi nous avons proposé d'introduire dans la période de chauffage des modifications déterministes afin de proposer l'échange de valeur des variables de Bernoulli  $q_p$  et  $q_{p+1}$ . De telles modifications permettent effectivement en pratique une convergence plus rapide

de l'échantillonneur de Gibbs [BOU 05b]. Notons que récemment [GE 11] une version améliorée de l'échantillonneur de Gibbs a été proposée (dans un cadre de déconvolution impulsionnelle) afin de résoudre ce problème, en échantillonnant les variable par K-uplet (par exemple triplets d'indices  $p - 1$ ,  $p$  et  $p + 1$ ) plutôt qu'indépendamment les uns des autres, ce qui permet ainsi de sortir de la configuration indiquée en une seule modification.

### 3.3.4 Prise en compte de fréquences hors de la grille

Un des problèmes principaux de l'approche non paramétrique considérée dans tous nos travaux sur l'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés est lié au fait que les fréquences contenues dans le signal ne sont pas nécessairement sur la grille  $\{f_p\}_p$ . Aussi, pour réduire cette erreur de modèle, il est nécessaire de prendre en compte une grille de fréquence très fine, et donc de travailler avec un nombre d'inconnues élevé. Cela se répercute, dans le cas de la modélisation BG associée à l'échantillonneur de Gibbs, par un coût de calcul très important, largement supérieur à ceux des différentes approches par optimisation parcimonieuse. Une alternative à un faible pas d'échantillonnage en fréquence consiste à étendre le modèle Bernoulli-Gaussien à des fréquences hors de la grille. Pour cela, une variable supplémentaire est introduite dans le modèle hiérarchique BG, correspondant à un décalage fréquentiel  $df_p \in [0, f_{\max}/P[$ , lié à la variable de Bernoulli  $q_p$ . Ainsi, la variable de Bernoulli  $q_p$  vaut 1 en présence d'une raie fréquentielle d'amplitude  $x_k$  à la fréquence  $f_p - df_p$ , et non exactement à la fréquence  $f_p$  comme dans le modèle précédent, et vaut 0 en l'absence d'une telle fréquence. Naturellement, la loi *a priori* pour  $\mathbf{df}$  est une loi indépendante et identiquement distribuée, uniforme sur l'intervalle  $[0, f_{\max}/P[$ . En terme de modèle direct, le modèle (3.2) devient  $\mathbf{y} = \mathbf{W}(\mathbf{df})\mathbf{x} + \boldsymbol{\epsilon}$  avec  $\mathbf{W}(\mathbf{df}) = \left\{ \frac{1}{\sqrt{N}} e^{j2\pi(f_p - df_p)t_n} \right\}_{n=1\dots N, p=-P\dots P}$ . Une telle modélisation a été proposée pour l'analyse spectrale à temps-court [DUB 96], associée à un algorithme sous optimal de calcul de l'estimateur du maximum *a posteriori*. Nous avons proposé de l'utiliser associée à l'échantillonnage stochastique [BOU 06].

L'échantillonneur de Gibbs ne peut plus être utilisé tel quel pour ce modèle puisque l'on ne sait pas générer directement des échantillons suivant la loi conditionnelle des paramètres  $df_p$  connaissant les autres paramètres. En effet, en notant  $w_p(df_p) = \left\{ \frac{1}{\sqrt{N}} e^{j2\pi(f_p - df_p)t_n} \right\}_{n=1\dots N}$ , cette loi conditionnelle est de la forme  $g_N(\mathbf{r} - w_p(df_p)x_p, \sigma_\epsilon^2 \mathbf{I}_N) \mathbb{1}_{[0, f_{\max}/P[}(df_p)$ , où  $\mathbf{r}$  correspond au résidu pour le modèle en cours (données auxquelles sont soustraites les composantes des fréquences ayant une variable de Bernoulli égale à 1). Aussi avons nous introduit une étape de Metropolis-Hastings dans l'échantillonneur de Gibbs [BOU 06], pour générer ces variables de décalage en fréquence. Pour cela, nous avons utilisé deux lois de proposition, la première uniforme sur l'intervalle  $[0, f_{\max}/P[$ , permettant donc d'explorer tout l'intervalle, la seconde correspondant à une marche aléatoire gaussienne de faible variance afin d'explorer la loi localement. Chacune de ces loi est utilisée avec une probabilité  $\frac{1}{2}$ . L'exploitation des échantillons pour l'estimation est modifiée pour prendre en compte ces décalages fréquentiels :

- les fréquences détectées sont obtenues par seuillage de la moyenne *a posteriori* des variables de Bernoulli  $\hat{q}$ .
- les décalages fréquentiels moyens et leur variance sont estimés sur les échantillons pour lesquels leur variable de Bernoulli vaut 1,
- conditionnellement à ces fréquences moyennes (incluant les décalages fréquentiels), on dispose d'une expression analytique de la valeur moyenne et de la variance des amplitudes correspondantes.

On dispose ainsi d'un ensemble de fréquences détectées hors de la grille avec leur variance, de leur probabilité de présence, et de l'amplitude correspondante ainsi que la variance sur ces amplitudes [BOU 06].

Les résultats donnés par une telle approche sont très satisfaisants, même sur des cas critiques pour lesquels des algorithmes gloutons échouent [BOU 08]. De plus, contrairement au cas de la pénalisation  $\ell_1$  ils peuvent être utilisés de façon non supervisée (pas de paramètre à régler) [BOU 13]. Enfin, la probabilité de présence ainsi que la variance sur les paramètres estimés, tant en fréquence qu'en amplitude, apporte une information supplémentaire souhaitée par les astrophysiciens.

Les résultats d'estimation pour le modèle BG avec décalages fréquentiels sont illustrés Figure 3.6 pour les données de la Figure 3.3. Les résultats sont donnés pour une estimation non supervisée en  $\gamma$  et  $\sigma_1^2$  (qui sont donc échantillonnés simultanément aux paramètres d'intérêt). Pour la figure de gauche, la valeur de  $\sigma_\epsilon^2$  est donnée (on est donc dans un cadre supervisé équivalent à celui des autres méthodes illustrées puisque l'on utilisait la valeur de  $\sigma_\epsilon^2$  pour régler les paramètres de ces méthodes), tandis que pour la figure de droite, l'estimation est totalement non supervisée ( $\sigma_\epsilon^2$  est estimé simultanément aux autres paramètres). On observe que l'on obtient par cette approche de très bons résultats sur cet exemple, comparables à ceux obtenus par SBR et par pénalisation  $\ell_1$ , aussi bien en mode partiellement supervisé qu'en mode totalement non supervisé, avec des informations supplémentaires sur l'incertitude des paramètres estimés (amplitude et fréquence) et sur la probabilité de présence.

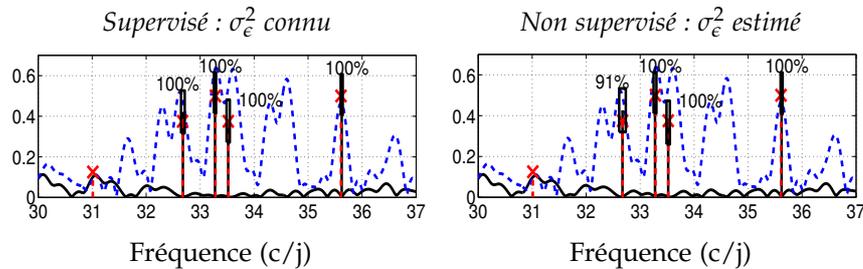


FIG. 3.6 – Résultats d'une approche par modélisation Bernoulli-Gaussienne et algorithme de Gibbs pour l'analyse spectrale des données de la Figure 3.3. Raies spectrales détectées, module de la transformée de Fourier des données (pointillé), raies théoriques ( $\times$ ) et spectre du résidu d'estimation (trait plein). Chaque raie détectée est représentée par un rectangle centré sur la valeur estimée et dont les dimensions représentent l'écart-type associé à l'estimation en fréquence et en amplitude. Au-dessus de chaque raie est indiquée la probabilité de détection associée.

### 3.4 LIEN AVEC LA DÉCONVOLUTION IMPULSIONNELLE

Au vu des résultats obtenus en analyse spectrale des signaux irrégulièrement échantillonnés en prenant en compte l'information *a priori* de parcimonie sous différentes formes, il nous a semblé intéressant de comparer en pratique les différentes approches sur un problème plus classique, non pas pour des problèmes de représentation parcimonieuse, mais toujours dans le cas d'un dictionnaire fortement corrélé. Nous avons donc choisi de comparer ces approches pour le problème classique de déconvolution impulsionnelle.

Nous avons réalisé un grand nombre de simulations en réglant les paramètres de façon à obtenir une erreur d'estimation (résidu) de même niveau pour les différentes approches (algorithmes glouton, relaxation  $\ell_1$  et modélisation BG avec échantillonneur de Gibbs) [BOU 11]. Les résultats obtenus en terme de bonne détection et de fausse alarme, illustrés Figure 3.7, ont confirmé nos attentes :

- Parmi les algorithmes gloutons, les algorithmes les plus perfectionnés sont plus pertinents que les algorithmes de base. On obtient donc, par ordre croissant de qualité des résultats, l'Orthogonal Matching Pursuit (OMP), l'Orthogonal Least Square (OLS) et le Single Best Replacement (SBR), (le Matching Pursuit (MP) n'a pas été comparé aux autres algorithmes car il

donne lieu à trop de fausses alarmes). Le SBR est le seul à donner des résultats parfaits lorsque les données sont très faiblement bruitées (50 dB).

- La pénalisation  $\ell_1$  donne de meilleurs résultats que les algorithmes gloutons en terme de détection mais au prix d'un nombre plus important de fausse alarme.
- La modélisation Bernoulli-Gaussienne avec échantillonneur de Gibbs donne les meilleurs résultats à la fois en terme de bonne détection et de fausse alarme dès que les données sont légèrement bruitées (en fait de tels algorithmes d'échantillonnage stochastique sont connus pour ne pas fonctionner correctement sans bruit, dû au fait que la loi à échantillonner est trop piquée).

De tels résultats mettent en avant l'intérêt pour la modélisation Bernoulli-Gaussienne, associée à l'échantillonneur de Gibbs, dans les situations difficiles en terme de représentations parcimonieuses où les dictionnaires sont corrélés.

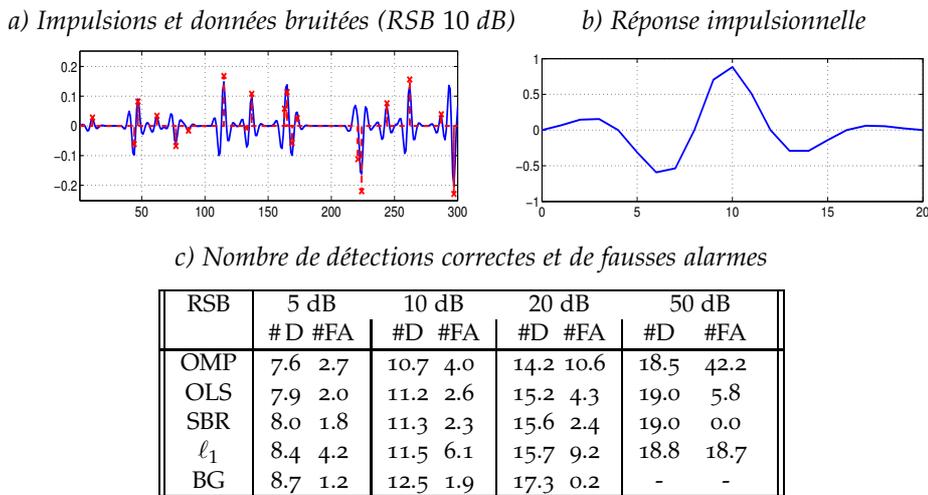


FIG. 3.7 – Comparaison des différentes approches pour prendre en compte *a priori* de parcimonie pour un problème de déconvolution impulsionnelle avec 19 impulsions : a) Impulsions à détecter et données bruitées (une réalisation) ; b) réponse impulsionnelle ; c) nombre moyen de détections correctes #D et de fausses alarmes #FA sur 100 réalisations du bruit et de la position des impulsions pour différents rapports signal sur bruit (RSB).

### 3.5 APPLICATION À UN PROBLÈME DE PHYSIQUE NUCLÉAIRE

Ce problème d'estimation de raies spectrales dans un signal irrégulièrement échantillonné n'apparaît pas qu'en astrophysique. Ainsi, le logiciel libre *SparSpec* que nous avons développé est à l'origine d'une collaboration récente avec des chercheurs en physique nucléaire du MIT (*Plasma Science and Fusion Center*) et de l'EPFL (Centre de Recherches en Physique des Plasmas). Leur problème consiste à identifier des modes de Alfvén dans un plasma confiné par un champ magnétique (Tokamak) pour contrôler la réaction de fusion afin de produire de l'énergie. Des méthodes classiques permettent d'identifier un mode unique et donnent des indications sur la présence de plusieurs modes simultanés, sans toutefois pouvoir les identifier. La difficulté essentielle provient du faible nombre de données (par exemple 11 détecteurs sur le *Joint European Torus* – JET) et de l'irrégularité dans la position de ces détecteurs. Notons que plusieurs types d'analyse sont effectués. Des analyses post-expériences pour analyser le comportement du plasma, mais également des analyses en temps-réel afin de contrôler le plasma.

Sans entrer dans les détails physiques, on peut assez aisément montrer le lien, sur un exemple de configuration, entre ce problème et celui de l'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés. Dans les coordonnées standards du Tokamak (angles toroïdal  $\phi$  et poloïdal  $\theta$ ) et en prenant en compte les conditions aux bords habituelles le long du tore (direction toroïdale)

et perpendiculairement au tore (direction poloïdale), les perturbations magnétiques peuvent être représentées par des fonctions impliquant des harmoniques toroïdales  $n$  et poloïdales  $m$ . Par exemple, en considérant le cas usuel d'une perturbation avec un mode toroïdal spécifique  $n$ , cela donne :  $\psi(\omega, n) = e^{i\omega t} e^{in\phi} \sum_m A_{m,n} e^{im\theta}$ , où chaque mode a un seul mode toroïdal mais plusieurs modes poloïdaux et  $\omega$  est la pulsation à laquelle est excité le plasma (et également la fréquence à laquelle est effectuée la détection synchrone pour l'acquisition des données). Le but est de détecter les modes  $n$  ou  $m$  correspondant aux instabilités magnétiques présentes dans le plasma et d'estimer leur amplitude à partir de données acquises sur  $L$  détecteurs positionnés irrégulièrement aux angles  $\phi_\ell$  ou  $\theta_\ell$ . Ainsi, si on s'intéresse aux modes poloïdaux, on peut écrire pour modéliser les données :  $y_\ell = \sum_{k=1}^K A_k e^{in_k \phi_\ell} + \epsilon_\ell$  avec  $\epsilon_\ell$  les perturbations sur le  $\ell$ ème détecteur. On voit donc le lien avec le problème de recherche d'un ensemble de fréquences pures de l'équation (3.1) – page 31 – dans un signal irrégulièrement échantillonné, avec cependant quelques spécificités :

- Les fréquences  $\nu_k$  sont remplacées par des nombre de modes  $n_k$  qui sont forcément à valeur entière. Le problème de discrétisation fine de la grille fréquentielle ne se pose donc pas et l'on peut choisir une grille de modes régulièrement échantillonnée avec un pas de 1, soit avec les notations de l'analyse spectrale  $\{f_p = p\}_{p=-p_{\max} \dots p_{\max}}$  avec un nombre de mode maximal  $p_{\max}$  et  $p$  correspondant aux modes toroïdaux  $n$  ou poloïdaux  $m$  suivant la configuration. Ce problème se pose bien sous la forme de l'équation (3.2) – page 32.
- Les données mesurées sont à valeurs complexes (détection synchrone en phase et en quadrature), donc les modes détectés ne sont pas symétriques (la transformée de Fourier n'est plus, elle non plus, à symétrie hermitienne). De plus, le mode  $p = 0$  est un mode comme les autres, qui n'est pas forcément présent dans les données et ne nécessite donc aucun traitement particulier.
- Le nombre de données est très faible, typiquement  $L = 11$  pour JET et de l'ordre de 50 détecteurs sont prévus actuellement pour ITER.
- Les grandeurs physiquement intéressantes sont le numéro des modes, leurs modules et leurs phases, l'analyse de ces dernières a un sens physique important car elles permettent d'estimer les taux de croissance des modes (*damping rate*).

Notons que les perturbations sont assez mal maîtrisées et un modèle de bruit blanc gaussien est une première approximation grossière. Un tel exemple de configuration est illustré Figure 3.8.

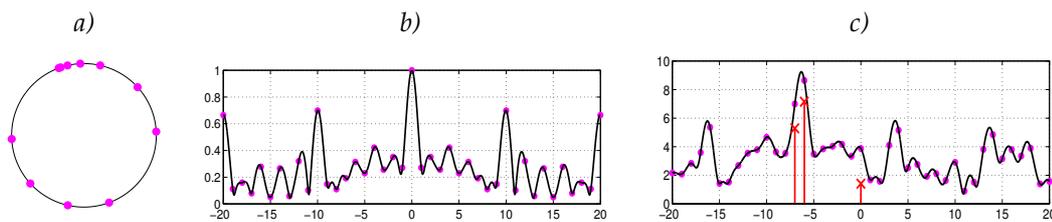


FIG. 3.8 – Exemple de configuration pour la détection de modes toroïdaux en physique nucléaire pour JET : a) position des détecteurs sur le tore, b) fenêtre spectrale correspondante, c) périodogramme de données de simulations (avec en rouge les modes effectivement présents dans les données).

On remarque que la fenêtre spectrale possède des lobes secondaires importants pour  $p = \pm 10$  et  $p = \pm 20$ , correspondant à une pseudo-périodicité de la position des détecteurs, induisant un dictionnaire  $\mathbf{W}$  très corrélé. Aussi, nous avons proposé d'utiliser l'optimisation parcimonieuse par pénalisation par la norme  $\ell_1$  pour ce problème [KLE 08], ce qui a donné lieu à de nombreux travaux d'analyse et de validation physique des résultats ainsi obtenus. De même, des études ont été effectuées en prévision de l'analyse des données d'ITER [TES 10a, TES 10b].

Notons que l'analyse de ces modes peut-être effectuée soit hors ligne, soit en temps-réel. En pratique, les modes sont excités par une antenne provoquant une très faible perturbation

magnétique à une pulsation  $\omega$  donnée. Il est procédé à un balayage de cette pulsation jusqu'à ce qu'un mode de résonance soit détecté. Le balayage de la pulsation effectué cherche alors à suivre cette résonance. Nous avons mis en œuvre notre méthodologie en temps réel pour JET (voir par exemple [TES 11, TES 14]). Ce traitement temps-réel est délicat à cause de l'échantillonnage temporel effectué avec un pas de 1ms et dû au fait que le traitement doit être effectué sur un ordinateur ancien (Processeur à 1GHz avec 512Mo de RAM ). Un tel exemple d'analyse est illustré Figure 3.9. L'intérêt d'une telle analyse en temps-réel est que la détection effectuée ne permet pas uniquement de savoir qu'un mode résonant est présent, ce que permettraient les méthodes utilisées jusqu'alors, mais de savoir quels sont les modes présents ; il est alors possible de piloter le balayage pour suivre uniquement certains modes d'intérêt [PAN 10].

Enfin, une extension des méthodes développées dans le cadre de l'analyse temps-fréquence serait également intéressante dans ce cadre applicatif pour améliorer la sensibilité à l'évolution temporelle des modes propres.

### 3.6 EXTENSION À L'ANALYSE TEMPS-FRÉQUENCE

L'idée d'étendre les travaux effectués pour l'analyse spectrale à l'analyse temps-fréquence est assez naturelle. Du point de vue astrophysique, cela nécessiterait des données recueillies sur une très longue durée, de façon éventuellement irrégulière et il existe quelques exemples de tels jeux de données. L'analyse temps-fréquence consisterait alors à étudier la variation, en fréquence et en amplitude de fréquences pures présentes dans le signal. Nous avons travaillé sur ce sujet avec deux stagiaires [RAB 04, KHA 06], mais n'avons encore jamais publié sur ce sujet.

La modélisation en terme de problème direct est assez simple à étendre pour l'analyse temps-fréquence en considérant cette dernière comme une analyse spectrale en échantillonnage irrégulier avec une fenêtre temporelle glissante. Ainsi, cela revient à considérer un modèle identique au modèle (3.2) sur des tranches temporelles. En concaténant dans un seul vecteur  $\mathbf{y}$  les vecteurs de données correspondant à chaque tranche, et en faisant de même dans le vecteur  $\mathbf{x}$  pour les amplitudes des fréquences dans chaque tranche, on obtient encore une relation du type  $\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x} + \epsilon$ . Différents choix peuvent être effectués quand à la longueur des tranches et les décalages entre tranches. Le plus naturel est de considérer des tranches de durées constantes, mais avec un nombre de données différent dans chaque tranche. Sans recouvrement entre les tranches, la matrice  $\mathbf{W}$  est alors une matrice bloc-diagonale. Elle conserve une structure par bloc si les tranches se recouvrent. Notons qu'un recouvrement entre tranches de données paraît souhaitable, surtout lorsque des périodes sans données sont présentes dans le signal. Cela implique alors que certaines données sont répétées dans le vecteur  $\mathbf{y}$  et il faudrait théoriquement prendre en compte une corrélation sur  $\epsilon$  pour ces données, mais par simplicité nous avons considéré des perturbations indépendantes.

La principale question devient alors de modéliser l'information *a priori* sur les fréquences présentes dans les données :

- Comme on recherche un nombre limité de fréquences présentes dans le signal, il faut comme pour l'analyse spectrale, prendre en compte un *a priori* de parcimonie spectrale. Pour cela, comme dans le cas de l'analyse spectrale, on a considéré un terme de pénalisation indépendant pour chaque amplitude, soit de type norme  $\ell_1$ , soit hyperbolique ( $\phi_s(x) = \sqrt{s^2 + x^2}$ ).
- De plus, comme on suppose que le contenu fréquentiel du signal ne varie pas trop rapidement d'une tranche à l'autre, à la fois d'un point de vue physique, mais aussi car on a considéré un recouvrement entre les tranches, il faut considérer une certaine corrélation temporelle entre les amplitudes des différentes fréquences. Si l'on suppose uniquement une variation en amplitude des fréquences détectées, on prend en compte une corrélation entre les amplitudes correspondant à une même fréquence sur deux tranches voisines, mais dans

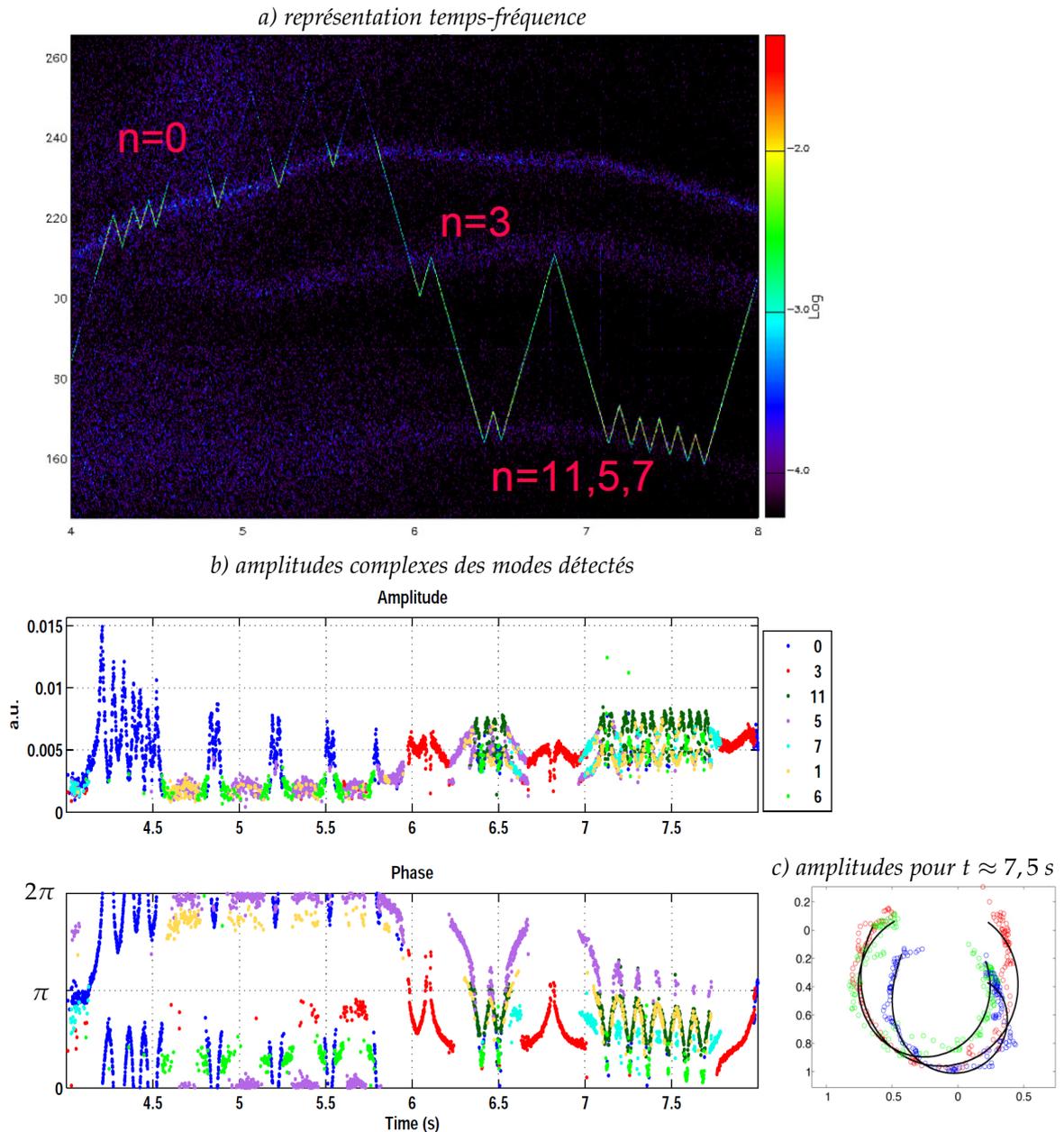


FIG. 3.9 – Exemple d'analyse des signaux en physique nucléaire en temps-réel : a) analyse temps-fréquence du signal reçu sur un des détecteurs (effectué en post-traitement) avec en superposition le tracé de la fréquence excitatrice : dès qu'un mode cesse d'être détecté, le balayage de la fréquence est inversé, d'où cette courbe en zig-zag. b) Amplitude et phase des modes détectés (numéro de modes suivant la couleur) par pénalisation  $\ell_1$  : les faibles amplitudes ainsi que l'analyse de la phase, permettent de ne pas prendre en compte certaines fausses détections. c) représentation cartésienne des amplitudes complexes des modes  $n = 11, 5$  et  $7$  détectés autour de  $t = 7,5$  seconde, caractéristiques d'une résonance et confirmant la présence des modes.

un cas plus général, il faut également considérer des variations des fréquences au cours du temps et donc corrélérer les amplitudes des fréquences voisines sur des tranches voisines. Pour prendre en compte ces corrélations, en s'inspirant des travaux sur l'estimation de spectres mixtes [CIU 01], nous avons introduit un second terme de douceur temporelle sur les amplitudes. En pratique, nous avons considéré une pénalisation  $\ell_1$  ou hyperbolique sur les différences de module des amplitudes sur les tranches voisines aux mêmes fréquences et aux fréquences voisines.

Du point de vue algorithmique, comme pour l'analyse spectrale, nous avons utilisé un algorithme de descente de type gradient conjugué à pas adaptatif dans le cas de pénalisation hyperbolique et nous avons étendu nos travaux algorithmiques en proposant un algorithme de type ICD dans le cas de la pénalisation  $\ell_1$ . Nous avons constaté que le terme de douceur temporelle pouvait aller à l'encontre du terme de parcimonie et en particulier de la résolution spectrale, aussi, les paramètres de régularisation peuvent-ils être délicats à régler. Des travaux assez similaires sur des représentations temps fréquence ont été publiés récemment [ANG 10], avec une pénalisation  $\ell_1$  indépendante sur les amplitudes et une pénalisation  $\ell_1$  sur les différences d'amplitude entre des tranches voisines.

Notons qu'une telle extension temps-fréquence paraît également naturelle pour le problème considéré de physique nucléaire puisque dans ce qui précédait, l'analyse spectrale était effectuée indépendamment à chaque instant de mesure. Aussi, nous avons étendu nos travaux d'analyse spectrale pour une telle analyse [CAR 08]. En terme de modélisation, le problème est bien plus simple puisque la position des détecteurs est la même pour tous les instants. Aussi, en rassemblant toutes les mesures à chacun des instants dans un seul vecteur, la matrice  $\mathbf{W}$  est bloc diagonale avec le même bloc (correspondant à la matrice initiale du problème d'analyse spectrale). De même, en terme d'information *a priori*, il n'y a pas *a priori* de glissement de modes, aussi, le terme de corrélation temporelle ne doit-il prendre en compte que les amplitudes du même mode aux différents instants. D'un point de vue physique un terme quadratique de douceur temporelle sur les modules des amplitudes des modes semble assez réaliste, ne corrélant donc pas la phase des modes aux différents instants. Pour un tel modèle, l'algorithme ICD proposé pour l'analyse spectrale se généralise très simplement. Nous avons proposé deux versions : la première pour le traitement hors ligne, où le traitement est effectué simultanément sur l'ensemble des données temporelles [CAR 08] ; une seconde pour une application temps-réel [CAR 09], où l'estimation à un instant donné ne prend en compte que le résultat de l'estimation à l'instant précédent. A titre d'illustration, sont représentés Figure 3.10 les résultats d'estimation de ces deux approches sur des signaux réels. On peut constater que, si le terme de douceur temporelle sur l'amplitude complexe améliore bien l'estimation des amplitudes, et ce d'autant plus que l'on considère une douceur sur l'ensemble des données simultanément, cela modifie également l'estimation des phases.

### 3.7 BIBLIOGRAPHIE

- [ALL 94] ALLINEY S., RUZINSKY S. A., « An Algorithm for the Minimization of Mixed  $l_1$  and  $l_2$  Norms with Application to Bayesian Estimation », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 42, n° 3, p. 618-627, mars 1994. (Cité page 39.)
- [ANG 10] ANGELOSANTE D., GIANNAKIS G. B., SIDIROPOULOS N. D., « Estimating Multiple Frequency-Hopping Signal Parameters via Sparse Linear Regression », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58, n° 10, p. 5044-5056, octobre 2010. (Cité page 50.)
- [BLU 07] BLUMENSATH T., DAVIES. M. E., On the difference between Orthogonal Matching Pursuit and Orthogonal Least Squares, Rapport, University of Edinburgh, mars 2007. (Cité page 36.)
- [BOU 02] BOURGUIGNON S., Analyse spectrale haute résolution de signaux à données manquantes : Application à l'astrophysique, Rapport de stage de DEA, Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire Midi-Pyrénées, juin 2002. (Cité page 30.)
- [BOU 05a] BOURGUIGNON S., Analyse spectrale à haute résolution de signaux irrégulièrement échantillonnés, Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier – Toulouse 3, Toulouse, décembre 2005. (Cité page 30.)
- [BOU 05b] BOURGUIGNON S., CARFANTAN H., « Bernoulli-Gaussian Spectral analysis of unevenly spaced Astrophysical Data », *IEEE Workshop in Statistical Signal Processing*, Bordeaux, France, p. 811 - 816, juillet 2005. (Cité pages 43, 44 et 100.)
- [BOU 05c] BOURGUIGNON S., CARFANTAN H., JAHAN L., « Regularized Estimation of Line Spectra from Irregularly

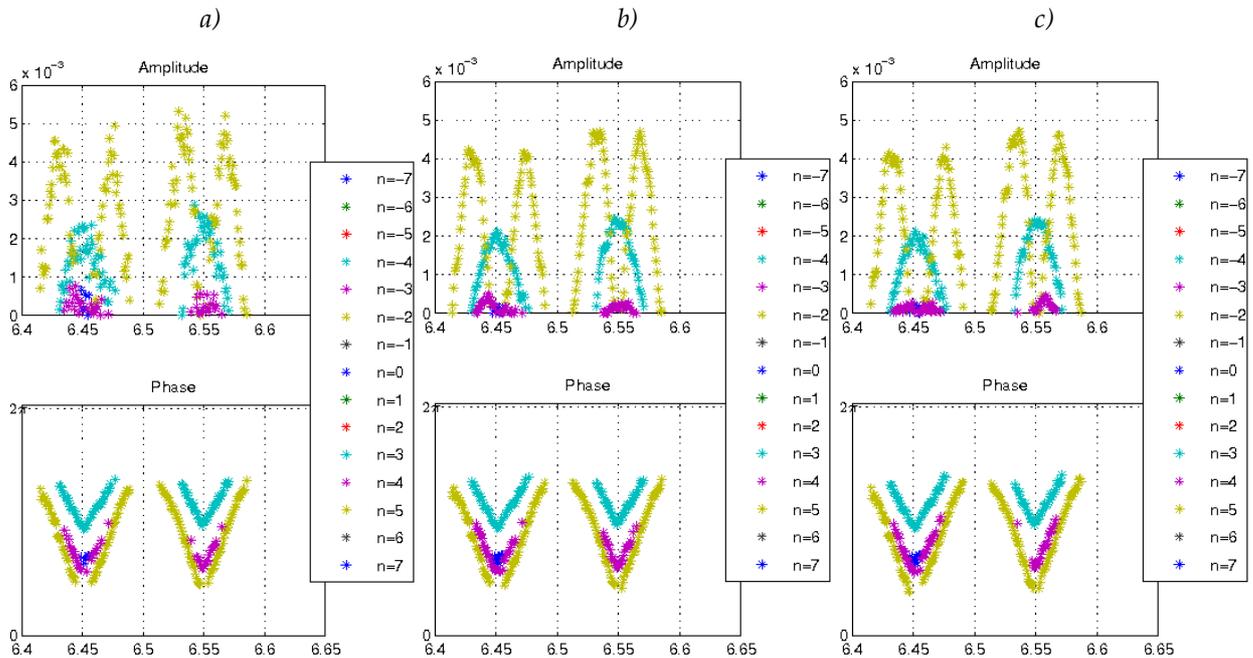


FIG. 3.10 – Amplitude et phase des modes toroïdaux détectés pour des données réelles en physique nucléaire en prenant en compte un terme de douceur temporelle. a) Estimation indépendante à chaque instant (analyse spectrale); b) estimation simultanée à tous les instants en prenant en compte un terme de douceur temporelle; c) estimation à chaque instant en prenant en compte un terme de douceur temporelle vis-à-vis de l'estimation à l'instant précédent pour une application temps-réel.

Sampled Astrophysical Data », *Fourth International Conference on Physics in Signal and Image Processing*, Toulouse, France, p. 35–40, janvier 2005. (Cité page 37.)

[BOU 05d] BOURGUIGNON S., CARFANTAN H., JAHAN L., « Regularized Spectral Analysis of Unevenly Spaced Data », *Proceedings of the International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing*, Philadelphia, USA, p. 421–424, mars 2005. (Cité pages 37 et 38.)

[BOU 06] BOURGUIGNON S., CARFANTAN H., « Spectral analysis of irregularly sampled data using a Bernoulli-Gaussian model with free frequencies », *Proceedings of the International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing*, Toulouse, France, p. 516–519, mai 2006. (Cité pages 44 et 100.)

[BOU 07a] BOURGUIGNON S., CARFANTAN H., BÖHM T., « SparSpec : a new method for fitting multiple sinusoids with irregularly sampled data », *Astronomy and Astrophysics*, vol. 462, p. 379–387, janvier 2007. (Cité pages 32 et 39.)

[BOU 07b] BOURGUIGNON S., CARFANTAN H., IDIER J., « Minimisation de critères de moindres carrés pénalisés par la norme  $\ell^1$  dans le cas complexe », *Actes du 21<sup>e</sup> colloque GRETSI*, Troyes, septembre 2007. (Cité pages 38 et 39.)

[BOU 07c] BOURGUIGNON S., CARFANTAN H., IDIER J., « A sparsity-based method for the estimation of spectral lines from irregularly sampled data », *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 1, n° 4, décembre 2007, Issue : Convex Optimization Methods for Signal Processing. (Cité pages 38, 39 et 40.)

[BOU 08] BOURGUIGNON S., CARFANTAN H., « New methods for fitting multiple sinusoids from irregularly sampled data », *Statistical Methodology*, vol. 5, p. 318–327, juillet 2008. (Cité page 45.)

[BOU 11] BOURGUIGNON S., SOUSSEN C., CARFANTAN H., IDIER J., « Sparse deconvolution : Comparison of statistical and deterministic approaches », *IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*, Nice, France, juin 2011. (Cité pages 45, 86, 99 et 103.)

[BOU 13] BOURGUIGNON S., CARFANTAN H., « Estimation de spectres de raies pour des signaux irrégulièrement échantillonnés en Astrophysique. », GIOVANNELLI J.-F. ET IDIER J., Ed., *Méthodes d'inversion appliquées au traitement du signal et de l'image*, Traité IC2, série Signal et image, Lavoisier-Hermès, p. 163–190, 2013. (Cité pages 31, 34, 36, 42, 45 et 99.)

[CAN 06] CANDÈS E. J., ROMBERG J. K., TAO T., « Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements », *Communications on Pure and Applied Mathematics*, vol. 59, n° 8, p. 1207–1223, août 2006. (Cité page 34.)

[CAR 08] CARFANTAN H., Utilisation de *SparSpec* et ses extensions pour l'analyse de modes propres toroïdaux en

- physique nucléaire, Rapport technique, Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, décembre 2008. (Cité page 50.)
- [CAR 09] CARFANTAN H., A new real-time version of *SparSpec* for toroidal or poloïdal mode numbers detection from irregularly spaced sensors in nuclear physics, Rapport technique, Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, mars 2009. (Cité page 50.)
- [CHA 04] CHAMPAGNAT F., IDIER J., « A connection between half-quadratic criteria and EM algorithms », *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 11, n° 9, p. 709-712, septembre 2004. (Cité page 40.)
- [CHE 96] CHENG Q., CHEN R., LI T.-H., « Simultaneous Wavelet Estimation and Deconvolution of Reflection Seismic Signals », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 34, p. 377-384, mars 1996. (Cité pages 41 et 42.)
- [CHE 99] CHEN S., DONOHO D., SAUNDERS M., « Atomic Decomposition by Basis Pursuit », *SIAM Journal of Scientific Computing*, vol. 20, n° 1, p. 33-61, 1999. (Cité page 33.)
- [CIU 01] CIUCIU P., IDIER J., GIOVANNELLI J.-F., « Regularized estimation of mixed spectra using a circular Gibbs-Markov model », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, n° 10, p. 2201-2213, octobre 2001. (Cité pages 37, 38, 49 et 104.)
- [DUB 96] DUBLANCHET F., Contribution de la méthodologie bayésienne à l'analyse spectrale de raies pures et à la goniométrie haute résolution, PhD thesis, Université de Paris-Sud, Orsay, octobre 1996. (Cité pages 41 et 44.)
- [EFR 04] EFRON B., HASTIE T., JOHNSTONE I., TIBSHIRANI R., « Least Angle Regression », *Annals of Statistics*, vol. 32, n° 2, p. 407-451, 2004. (Cité page 38.)
- [EYE 99] EYER L., BARTHOLDI P., « Variable Stars : which Nyquist Frequency ? », *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, vol. 135, p. 1-3, février 1999. (Cité page 31.)
- [FIG 03] FIGUEIREDO M., « Adaptive sparseness for supervised learning », *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 25, p. 1150-1159, septembre 2003. (Cité page 40.)
- [FOS 95] FOSTER G., « The CLEANest Fourier Spectrum », *The Astrophysical Journal*, vol. 109, n° 4, p. 1889-1902, avril 1995. (Cité page 36.)
- [FUC 04] FUCHS J.-J., « On sparse representations in arbitrary redundant bases », *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, n° 6, p. 1341-1344, juin 2004. (Cité page 34.)
- [FUC 07] FUCHS J.-J., « Convergence of a Sparse Representations Algorithm Applicable to Real or Complex Data », *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 1, n° 4, p. 598-605, décembre 2007, Issue : Convex Optimization Methods for Signal Processing. (Cité page 40.)
- [GE 11] GE D., IDIER J., LE CARPENTIER E., « Enhanced sampling schemes for MCMC based blind Bernoulli-Gaussian deconvolution », *Signal Processing*, vol. 91, n° 4, p. 759-772, avril 2011. (Cité pages 44 et 100.)
- [GOR 97] GORODNITSKY I. F., RAO B. D., « Sparse signal reconstruction from limited data using FOCUSS : a re-weighted minimum norm algorithm », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, n° 3, p. 600-616, mars 1997. (Cité page 39.)
- [GRA 73] GRAY D. F., DESIKACHARY K., « A new approach to periodogram analyses. », *The Astrophysical Journal*, vol. 181, p. 523-530, avril 1973. (Cité page 36.)
- [JAH 01] JAHAN L., Analyse spectrale haute résolution de données pauvres : Application à l'asterosismologie, Rapport de stage de DEA, Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire Midi-Pyrénées, juin 2001. (Cité page 30.)
- [KAY 88] KAY S. M., *Modern Spectral Estimation*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1988. (Cité page 32.)
- [KHA 06] KHAZAAL A., Algorithmes d'optimisation pour une représentation parcimonieuse de signaux bruités, Rapport de stage de Master 2 Recherche, Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire Midi-Pyrénées, juin 2006. (Cité pages 30 et 48.)
- [KLE 08] KLEIN A., CARFANTAN H., TESTA D., FASOLI A., SNIPES J., CONTRIBUTORS J. E., « A sparsity based method for the Analysis of Magnetic Fluctuations in Unevenly-spaced Mirnov Coils », *Plasma Physics and Controlled Fusion*, vol. 50, n° 125005, octobre 2008. (Cité page 47.)
- [KOR 82] KORMYLO J. J., MENDEL J. M., « Maximum-likelihood detection and estimation of Bernoulli-Gaussian processes », *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 28, p. 482-488, 1982. (Cité pages 41 et 42.)
- [KOW 09] KOWALSKI M., TORRÉSANI B., « Sparsity and persistence : mixed norms provide simple signal models with dependent coefficients », *Signal, Image and Video Processing*, vol. 3, n° 3, p. 251-264, 2009. (Cité page 38.)
- [LOM 76] LOMB N. R., « Least-squares frequency analysis of unequally spaced data », *Astrophysics and Space Science*, vol. 39, p. 447-462, février 1976. (Cité page 36.)

- [MAL 93] MALLAT S., ZHANG Z., « Matching pursuits with time-frequency dictionaries », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 41, n° 12, p. 3397-3415, 1993. (Cité pages 33 et 35.)
- [MAL 05] MALIOUTOV D. M., ÇETIN M., WILLSKY A. S., « Homotopy Continuation For Sparse Signal Representation », *Proceedings of the International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing*, vol. 5, p. 733-736, 2005. (Cité page 38.)
- [PAN 10] PANIS T., TESTA D., FASOLI A., KLEIN A., CARFANTAN H., BLANCHARD P., CONTRIBUTORS J., « Optimization of the active MHD spectroscopy system on JET for the excitation of individual intermediate and high-n Alfvén eigenmodes », *Nuclear Fusion*, vol. 50, n° 8, page 084019, août 2010. (Cité page 48.)
- [PAT 93] PATI Y., REZAIIFAR R., KRISHNAPRASAD P., « Orthogonal matching pursuit : recursive function approximation with applications to wavelet decomposition », *Proceedings of the International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing*, vol. 1, Pacific Grove, CA, USA, p. 40-44, 1993. (Cité page 36.)
- [RAB 04] RABESON H., Analyse temps-fréquence de signaux irrégulièrement échantillonnés : application à l'Astrophysique, Rapport de stage de DEA et Ingénieur ENSICA, Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire Midi-Pyrénées, juin 2004. (Cité pages 30 et 48.)
- [ROB 87] ROBERTS D. H., LEHAR J., DREHER J. W., « Time Series Analysis with Clean - Part One - Derivation of a Spectrum », *The Astronomical Journal*, vol. 93, p. 968-989, avril 1987. (Cité page 36.)
- [ROB 96] ROBERT C., *Méthodes de Monte-Carlo par chaînes de Markov*, Economica, Paris, 1996. (Cité page 43.)
- [SAC 98] SACCHI M. D., ULRYCH T. J., WALKER C. J., « Interpolation and extrapolation using a high-resolution discrete Fourier transform », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, n° 1, p. 31-38, janvier 1998. (Cité page 32.)
- [SCA 82] SCARGLE J. D., « Studies in astronomical time series analysis. II - Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data », *The Astrophysical Journal*, vol. 263, p. 835-853, décembre 1982. (Cité page 36.)
- [SOU 11] SOUSSEN C., IDIER J., BRIE D., DUAN J., « From Bernoulli-Gaussian deconvolution to sparse signal restoration », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, n° 10, p. 4572-4584, octobre 2011. (Cité pages 34, 36 et 99.)
- [TES 10a] TESTA D., CARFANTAN H., CHAVAN R., LISTER J. B., MORET J.-M., TOUSSAINT M., « Functional Performance Analysis And Optimization For The High-Frequency Magnetic Diagnostic System In ITER-I : Overview Of The Results », *Fusion Science And Technology (technical paper)*, vol. 57, p. 208-237, avril 2010. (Cité page 47.)
- [TES 10b] TESTA D., CARFANTAN H., CHAVAN R., LISTER J. B., MORET J.-M., TOUSSAINT M., « Functional Performance Analysis And Optimization For The High-Frequency Magnetic Diagnostic System In ITER-II : Detailed Overview Of The Analysis Method And Of The Test Calculations », *Fusion Science And Technology (technical paper)*, vol. 57, p. 238-273, avril 2010. (Cité page 47.)
- [TES 11] TESTA D., CARFANTAN H., FASOLI A., GOODYEAR A., KING Q., BLANCHARD P., KLEIN A., LAVANCHY P., T. P., CONTRIBUTORS J., « The JET Alfvén Eigenmode Local Manager for the real-time detection and tracking of a frequency-degenerate spectrum of MHD instabilities », *Fusion Engineering and Design*, vol. 86, n° 4-5, p. 381-392, juin 2011. (Cité page 48.)
- [TES 14] TESTA D., CARFANTAN H., GOODYEAR A., CONTRIBUTORS J., « Implementation of a Novel Real-Time Controller for the Detection and Tracking of Magneto-Hydrodynamic Instabilities on the JET Tokamak », *Plasma and Fusion Research*, vol. 9, n° 1405003, janvier 2014. (Cité page 48.)
- [TRO 04] TROPP J. A., « Greed is good : Algorithmic results for sparse approximation », *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, n° 10, p. 2231-2242, octobre 2004. (Cité page 34.)
- [TRO 06] TROPP J. A., « Just relax : Convex programming methods for identifying sparse signals », *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, n° 3, p. 1030-1051, mars 2006. (Cité page 34.)
- [YAR 85] YARLAGADDA R., BEDNAR J. B., WATT T. L., « Fast algorithms for  $l_p$  deconvolution », *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. ASSP-33, n° 1, p. 174-182, février 1985. (Cité page 40.)



# IDENTIFICATION AVEUGLE DE DÉTECTEURS À PARTIR D'IMAGES SPOT

# 4

## SOMMAIRE

4.1 IMAGEUR <i>push-broom</i> ET EFFET DE RAYURES SUR LES IMAGES . . . . .	57
4.2 MODÈLE MARKOVIEEN ET ESTIMATEURS ASSOCIÉS . . . . .	58
4.3 ALGORITHMES D'OPTIMISATION . . . . .	59
4.4 PROPRIÉTÉS DES ESTIMATEURS . . . . .	60
4.5 BIBLIOGRAPHIE . . . . .	61

Ce chapitre concerne un thème de recherche initié durant mon post-doctorat au CNES, en collaboration avec J. Idier (au LSS puis à l'IRCCYN). Il porte sur l'**estimation de paramètres instrumentaux**, plus particulièrement la réponse de détecteurs, en **aveugle**, c'est-à-dire que nous ne maîtrisons pas les objets observés, pour un satellite d'observation de la terre. Le problème posé vient du fait que, comme illustré Fig. 4.1, des défauts de calibration des détecteurs CCD

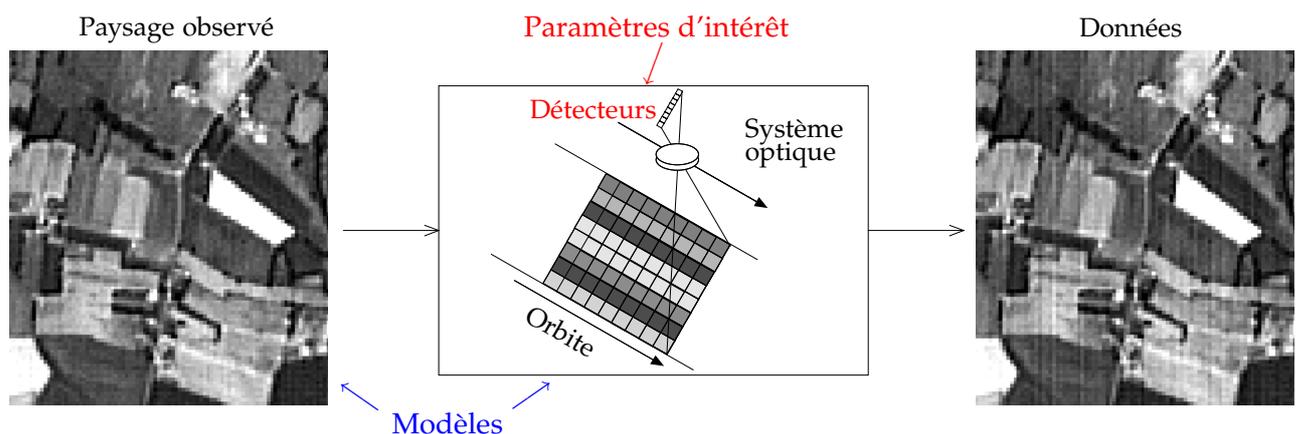


FIG. 4.1 – Cadre de travail pour l'identification aveugle de détecteurs à partir d'images SPOT

pour un satellite de type *push-broom*, tel que les satellites SPOT, produisent un effet de rayures sur les données. Si un modèle assez simple du système d'acquisition, typiquement linéaire, est suffisant pour résoudre ce problème, la difficulté principale provient du fait que le paysage observé est inconnu et doit donc également être modélisé. Une synthèse de nos travaux, dans le cas d'une réponse linéaire des détecteurs, est présentée dans la suite de ce chapitre, commençant par préciser le problème posé en observation de la terre par un satellite *push-broom* (§ 4.1).

L'approche proposée consiste à utiliser un point de vue probabiliste pour l'estimation des paramètres de la réponse de chaque détecteur. Nous avons pris en compte un **modèle markovien** pour l'image (§ 4.2) et nous avons proposé des méthodes d'estimation des réponses des détecteurs au sens du **maximum de vraisemblance** ou du **maximum a posteriori** et développé des algorithmes efficaces pour calculer ces estimateurs (§ 4.3), particulièrement rapides, même pour des données de grande dimension. Nous avons pu obtenir un résultat théorique concernant la **convergence des estimateurs** proposés (§ 4.4) intéressant en pratique puisque l'on peut aisément faire l'acquisition d'images ayant un grand nombre de lignes. Nous avons également proposé des extensions, que nous ne présenterons pas ici, pour l'estimation conjointe des gains et *offset* dans le cas d'une réponse affine des détecteurs [CAR 01] et pour la prise en compte de modèles non linéaires des détecteurs [CAR 00a]. Nous nous sommes aussi intéressés à des caractéristiques particulières des détecteurs SPOT tels que l'effet appelé « pair-impair » dû au fait que les détecteurs pairs et impairs des détecteurs possèdent des circuits électroniques distincts et un effet dit « inter-barrettes » dû au fait que la ligne de détecteurs SPOT est constitué de plusieurs barrettes ; effets pour lesquels nous avons proposé des corrections à partir des images [CAR 01].

Ce travail a fait l'objet de trois contrats de Recherche et Développement entre le LATT et le CNES et nous avons poursuivi ces travaux au delà de ces contrats. J'ai encadré sur ce sujet une stagiaire de maîtrise (Sandrine Pallotta, 4 mois), deux stagiaires de DEA (Stéphane Lesage [LES 99] et Olivier Antoine [ANT 00], 5 mois) et deux ingénieurs d'études en CDD (Loïc Jahan, 5 mois et Sébastien Bourguignon, 3 mois).

## 4.1 IMAGEUR *push-broom* ET EFFET DE RAYURES SUR LES IMAGES

Les satellites SPOT (Satellites Pour l'Observation de la Terre) sont des imageurs de type *push-broom* (littéralement « pousse-balai »), ce qui signifie que les images sont acquises lignes par lignes, par des barrettes de détecteurs, au fur et à mesure de l'avancement du satellite sur son orbite. Comme schématisé Fig 4.1, chaque colonne de l'image a donc été acquise avec le même détecteur de la barrette. En pratique, les réponses des détecteurs composant les barrettes ne sont pas identiques, les images acquises sont donc affectées d'un effet de rayures dans le sens des colonnes de l'image, effet qui est corrigé grâce à une étape préalable de calibration des détecteurs. Si les détecteurs sont mal calibrés, un effet de rayures persiste sur les données, comme illustré Fig. 4.2. S'ils ne sont pas fondamentalement gênants lorsque l'on se contente de visualiser ces

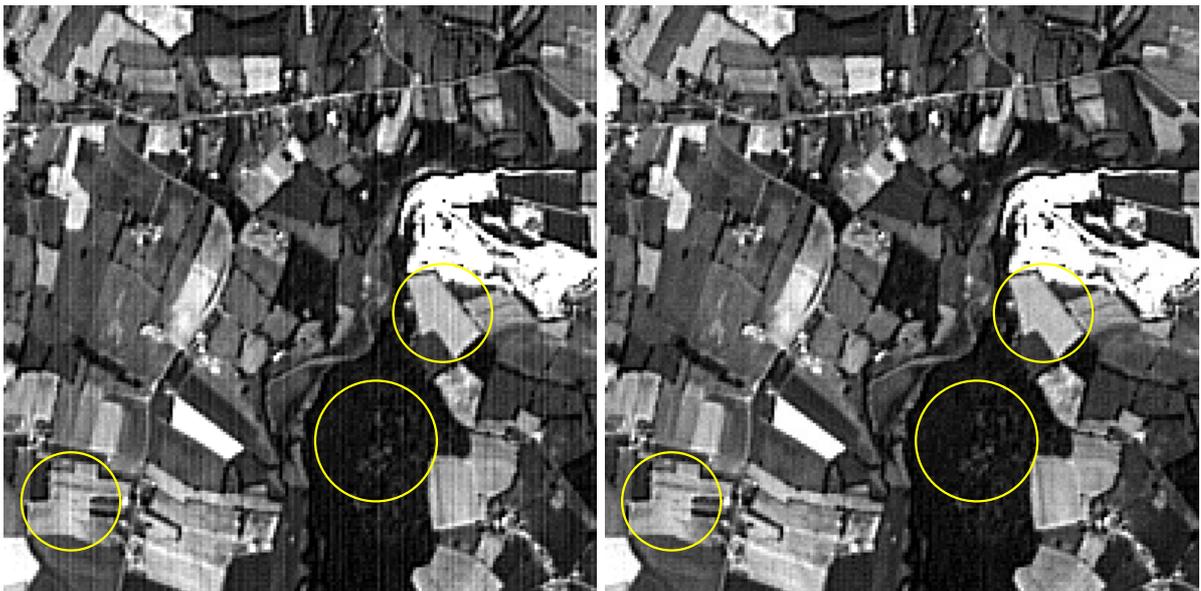


FIG. 4.2 – Extrait d'une image SPOT 3 acquise avec des détecteurs mal calibrés (gauche) et image corrigée grâce à nos travaux (droite). Le contraste des images a été volontairement augmenté afin de mettre en avant l'effet de rayures sur l'image, particulièrement visible dans les zones encerclées.

images, un tel effet de rayures peut perturber fortement les algorithmes de traitement d'images nécessaires à l'analyse des données de télédétection, à commencer par l'étape d'interpolation utilisée pour la géo-rectification des données.

En mode opérationnel, les réponses des détecteurs sont estimées lors de campagnes de calibration, où le satellite est programmé pour observer un paysage relativement homogène, par exemple aux pôles de la terre. L'estimation de la réponse des détecteurs à partir de ces images de calibration se fait alors typiquement en utilisant des estimateurs s'appuyant sur les moments des données. L'objectif de notre travail était de s'affranchir de ces étapes de calibration en effectuant l'identification de la réponse des détecteurs à partir d'images de paysages quelconques et de s'en servir afin de corriger les images de cet effet indésirable de rayures. Il s'agit donc d'un problème d'identification aveugle dans le sens où l'on cherche à estimer des paramètres du système d'acquisition à partir de l'observation d'objets inconnus. Dans ce cas, si les résultats obtenus par des méthodes des moments sont satisfaisants pour certains imageurs [HOR 79, ALG 81, GAD 00, SUN 08] ce n'est le cas pour les imageurs *push-broom* que sur des images relativement constantes. En effet, dans le cas contraire les paramètres estimés sont fortement dépendants du paysage.

Nos travaux, brièvement présentés ci-dessous, se sont surtout concentrés sur le cas d'un modèle linéaire de réponse des détecteurs et donc sur l'identification des gains des détecteurs.

Soit un modèle d'observation :

$$y_{m,n} = g_n x_{m,n}, \quad (4.1)$$

où  $y_{m,n}$  correspond au pixel positionné à la  $m$ ème ligne et  $n$ ème colonne de l'image mesurée par le détecteur,  $x_{m,n}$  correspond au même pixel qui aurait été acquis par un détecteur idéal, et  $g_n$  est le gain du détecteur (donc égal à 1 dans le cas d'un détecteur idéal). Le problème consiste donc à estimer les gains  $\{g_n\}_{n=1\dots N}$  à partir de l'image mesurée  $\{y_{m,n}\}_{m=1\dots M, n=1\dots N}$  (avec typiquement  $M = N = 6000$ , mais le nombre de lignes  $N$  peut-être pris beaucoup plus long si nécessaire). Bien entendu, l'image idéale  $\{x_{m,n}\}$  est inconnue (identification aveugle), sauf lors des phases de calibration où le paysage observé est choisi pour être quasiment constant, ce qui simplifie le problème. Notons que cette relation multiplicative (4.1) se transforme en une relation additive équivalente par passage au logarithme :

$$y_{m,n}^L = g_n^L + x_{m,n}^L, \quad (4.2)$$

où l'exposant  $L$  indique le logarithme de la variable correspondante, ce qui est valable en pratique grâce au très faible niveau de bruit sur les images de télédétection.

## 4.2 MODÈLE MARKOVIEN ET ESTIMATEURS ASSOCIÉS

Une partie de notre étude a consisté à comparer différents modèles probabilistes pour l'image. Nous ne présenterons ici que succinctement les modèles retenus, de type champs de Markov. Une fois un tel modèle choisi pour l'image observée, la vraisemblance s'obtient par inférence, ce qui correspond dans notre cas à un simple changement de variable correspondant au modèle d'observation dans la loi de probabilité de l'image observée, afin d'obtenir la loi de probabilité des données en fonction des gains  $g$ . La difficulté essentielle était donc de régler un compromis entre la pertinence du modèle stochastique pour l'image, et la facilité à calculer l'estimateur du maximum de vraisemblance voire du maximum *a posteriori* lorsqu'une loi *a priori* est prise en compte sur les gains.

Les champs de Markov sont des modèles probabilistes bien souvent utilisés en traitement d'images pour prendre en compte les corrélations entre les pixels voisins au sein des images (voir par exemple [GEM 84]). Leur densité de probabilité s'écrit sous la forme :

$$p_X(\mathbf{x}) \propto \exp(-E(\mathbf{x})) \quad \text{avec} \quad E(\mathbf{x}) = \frac{1}{T} \sum_{r \sim s} \phi(x_r - x_s)$$

où  $r \sim s$  étend la sommation à tous les couples  $(r, s)$  de pixels voisins (dans la terminologie des champs de Markov, nous nous sommes contentés ici d'utiliser des « cliques » contenant deux pixels et des voisinages horizontaux et verticaux),  $T$  est une constante analogue à la variance d'une loi normale parfois appelée « température » et  $\phi(\cdot)$  est une fonction appelée « potentiel ». La pertinence de tels modèles est liée au choix de la fonction potentiel  $\phi$ . Comparée à des modèles de Markov gaussiens pour lesquels  $\phi_2(x) = x^2$ , une fonction potentiel pénalisant moins les grandes valeurs que la fonction quadratique permet de mieux prendre en compte les variations brusques de valeur des pixels voisins dans une image, correspondant à des contours de l'image. On peut alors distinguer les fonctions potentiel convexes, telle que la fonction hyperbolique  $\phi_{2-1}(x) = \sqrt{(s^2 + x^2)}$  [CHA 97] de type  $\ell_2 - \ell_1$  c'est-à-dire quadratique pour les faibles valeurs de  $x$  et linéaire pour les grandes valeurs de  $x$ , des fonctions non convexes, telle que la fonction  $\phi_{2-0}(x) = \frac{x^2}{s^2 + x^2}$  [GEM 87] de type  $\ell_2 - \ell_0$  (asymptotiquement constante). Ces dernières sont plus cohérentes en terme de modélisation (on ne pénalise pas la discontinuité proportionnellement à sa valeur lorsqu'elle est élevée) mais posent bien souvent des problèmes

algorithmiques à cause de leur non convexité (présence éventuelle de minima locaux).

Nous avons étudié la prise en compte de tels modèles markoviens sur l'image observée pour l'estimation des gains, pour le modèle multiplicatif (4.1) et pour le modèle additif équivalent (4.2), soit un modèle markovien sur le logarithme de l'image, ce dernier menant à des estimateurs bien plus simple à calculer en pratique [CAR oob].

D'autre part, dans le cas idéal, les gains des détecteurs sont égaux à 1 et nous cherchons à calibrer les gains supposés proches de cette valeur. Physiquement, il est raisonnable de considérer *a priori* que les gains sont statistiquement indépendants et de moyenne unité. En pratique, lorsque l'on s'est intéressé à l'estimateur du maximum *a posteriori* nous avons exploité une loi *a priori* gaussienne, de variance  $\sigma_g^2$ , respectivement de moyenne unité et centrée pour les gains  $g_n$  et leur logarithme  $g_n^L$ .

### 4.3 ALGORITHMES D'OPTIMISATION

Pour une telle modélisation, dans le cas le plus simple de la relation additive (4.2), l'estimateur du maximum *a posteriori* correspond au minimum du critère  $J_{\text{MAP}}$  [CAR oob] :

$$J_{\text{MAP}}(\mathbf{g}^L) = J_{\text{MV}}(\mathbf{g}^L) + \frac{1}{\sigma_g^2} \sum_n (g_n^L)^2 \quad \text{avec} \quad J_{\text{MV}}(\mathbf{g}^L) = \frac{1}{T} \sum_{m,n} \phi((y_{m,n}^L - g_n^L) - (y_{m,n+1}^L - g_{n+1}^L))$$

L'estimateur du maximum de vraisemblance correspond quand à lui au minimiseur du critère  $J_{\text{MV}}$  ci-dessus.

La minimisation du critère  $J_{\text{MV}}$  est relativement simple puisqu'il est séparable en les variables  $\delta g_n^L = g_{n+1}^L - g_n^L$  et revient donc à la minimisation de  $N - 1$  critères unidimensionnels. Dans le cas particulier des fonctions  $\phi_2$  et  $\phi_1(x) = |x|$ , il se calcule par de simples moyennes et médianes. Dans le cas de fonctions non convexes, telle que  $\phi_{2-0}(x)$ , il est relativement simple d'étudier visuellement la présence de minima locaux dans les critères uni-dimensionnels, notamment en fonction du paramètre  $s$  [CAR oob] et ainsi d'obtenir un réglage adéquat de ce paramètre tout en garantissant d'obtenir un minimiseur global du critère. Notons que cet estimateur souffre du problème d'invariance de changement d'échelle (insensible à un facteur d'échelle sur  $g_n$ , ou de façon équivalente à une constante additive sur  $g_n^L$ ), mais cela ne pose pas de problème puisque l'on suppose que les gains sont de moyenne 1 et on peut donc effectuer une renormalisation *a posteriori*. Mais surtout, cet estimateur, comme les estimateurs de type méthode des moments, est sensible au paysage observé. En particulier, les basses fréquences des gains sont sur-estimées à cause de basses fréquences présentes dans le paysage (fréquences normalisées dans l'intervalle  $[0; 0.05]$  pour  $\phi_{2-0}$  au lieu de  $[0; 0.15]$  pour l'estimateur des moments). Une telle propriété se constate aisément sur les résultats de simulations illustrés Fig. 4.3. Notons que, bien que pas très satisfaisant d'un point de vue théorique, un filtrage passe-haut peut-être effectué *a posteriori* pour obtenir de meilleurs résultats.

La minimisation du critère  $J_{\text{MAP}}$  est plus délicate puisque l'on a bien cette fois-ci un critère multidimensionnel avec typiquement 6000 inconnues  $g_n^L$  pour  $6000 \times 6000$  données  $y_{m,n}^L$ . Dans le cas particulier de la fonction  $\phi_2$ , ce critère est quadratique et nécessite pour sa minimisation la résolution d'un système tri-diagonal, ce qui se fait avec un coût de calcul très faible. Aussi, nous avons proposé d'exploiter cette propriété dans le cas général [CAR oob], en utilisant un critère augmenté semi-quadratique et un algorithme d'optimisation alterné de type IRLS [CHA 97], ce qui revient à résoudre à chaque itération un système linéaire tridiagonal. Un faible nombre d'itérations est suffisant en pratique, aussi l'estimateur peut-il être calculé en quelques dizaines de secondes. Il est aisé de démontrer, dans le cas quadratique, que l'estimateur MAP, pour la prise en compte d'un *a priori* gaussien, revient à un filtrage de l'estimateur du maximum de vraisemblance [CAR 10]. Dans le cas non quadratique, on constate en pratique que le comportement est

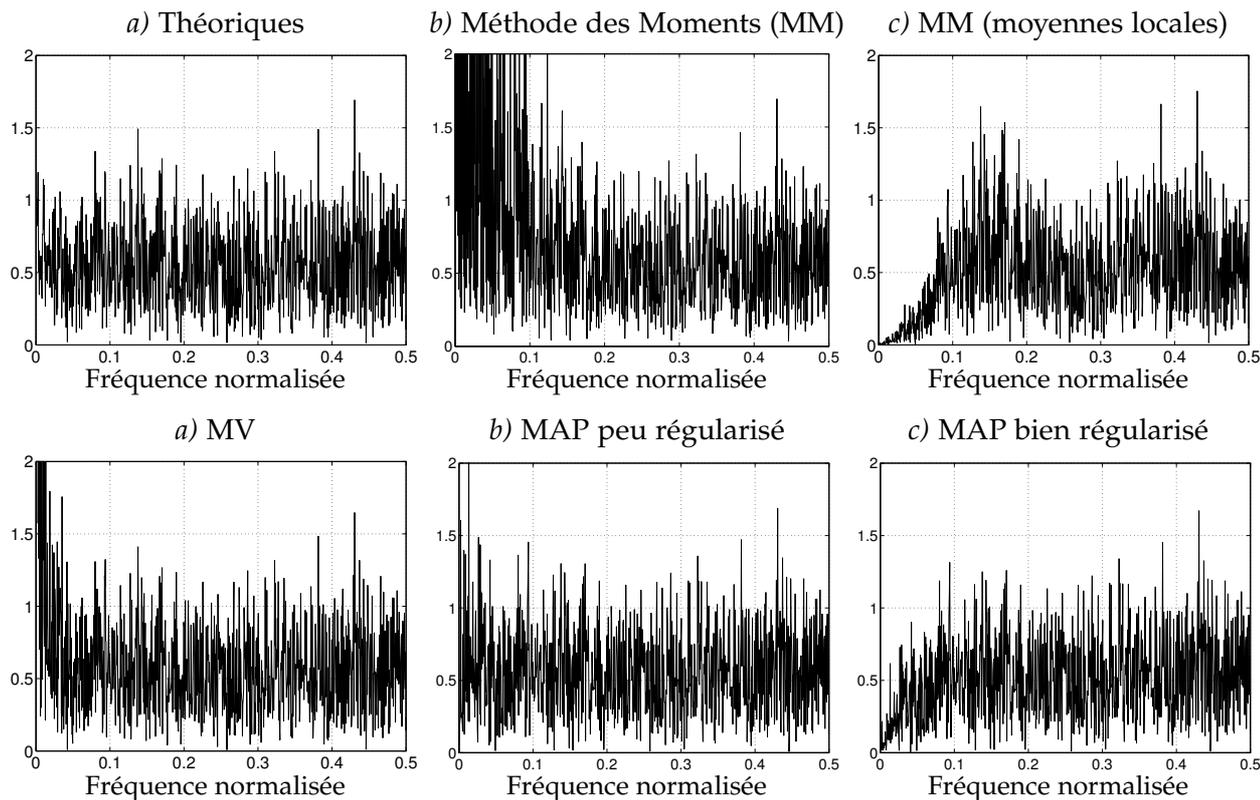


FIG. 4.3 – Représentation fréquentielle (module de la FFT) des gains théoriques et estimés par méthode des moments (globalement ou par moyennes locales), puis par les estimateurs proposés avec la fonction  $\phi_{2-0}$ , par maximum de vraisemblance et maximum a posteriori (pour deux valeurs du paramètres de régularisation) pour une image de 3000 lignes.

similaire et le réglage du paramètre de régularisation  $\frac{T}{\sigma_g^2}$  permet de régler le filtrage des basses fréquences sur les gains estimés, comme on peut le constater Fig. 4.3.

#### 4.4 PROPRIÉTÉS DES ESTIMATEURS

Hormis dans le cas quadratique, il est en général très difficile d'étudier d'un point de vue théorique les propriétés de tels estimateurs s'appuyant sur un modèle Markovien. Dans un cadre plus général, il est bien connu que les estimateurs du maximum de vraisemblance sont asymptotiquement convergents, cela suppose que les hypothèses statistiques effectuées soient valides, et donc dans notre cas, que le logarithme de l'image observée suive un modèle Markovien, pour la fonction de potentiel choisie. Si cette hypothèse n'est pas vérifiée, cela peut en pratique introduire un biais d'estimation.

Aussi, la validation des estimateurs proposés a tout d'abord été effectuée sur des simulations réalistes d'images SPOT [CAR 01]. Nous avons ainsi pu proposer un réglage des paramètres donnant des résultats satisfaisants pour de nombreuses images. Nous avons également validé ces résultats sur des données réelles.

Concernant la convergence des estimateurs, nous l'avons tout d'abord vérifiée en pratique sur des données simulées, lorsque le nombre de lignes de l'image pris en compte augmente, comme illustré Fig. 4.4. Ensuite, nous avons pu démontrer la convergence asymptotique en probabilité de ces estimateurs [CAR 05, CAR 10], moyennant des hypothèses très peu contraignantes sur les paysages observés, en les étudiant en tant qu'estimateur de minimum de contraste [DAC 83]. L'hypothèse la plus contraignante est que la différence des logarithmes des valeurs de l'image

entre deux pixels voisins  $u_{m,n} = x_{m,n}^L - x_{m,n+1}^L$  suit une loi  $p(u)$  paire unimodale (donc maximale en 0), décroissant plus rapidement que  $|u|^{-2}$  ou  $|u|^{-3}$  (respectivement pour une fonction  $\phi_{2-0}$  et  $\phi_{2-1}$ ) quand  $u \rightarrow \infty$ . Bien sûr, de telles conditions ne peuvent être établies dans un cadre général, mais nous l'avons vérifié en pratique sur des images typiques, comme illustré Fig. 4.4. Un tel résultat théorique a des conséquences pratiques évidentes puisqu'en traitant des images possédant un nombre de lignes suffisamment grand (ce qui n'est pas un problème dans ce type d'applications) cette méthode permet la calibration des gains des détecteurs directement à partir d'images de paysages quelconques.

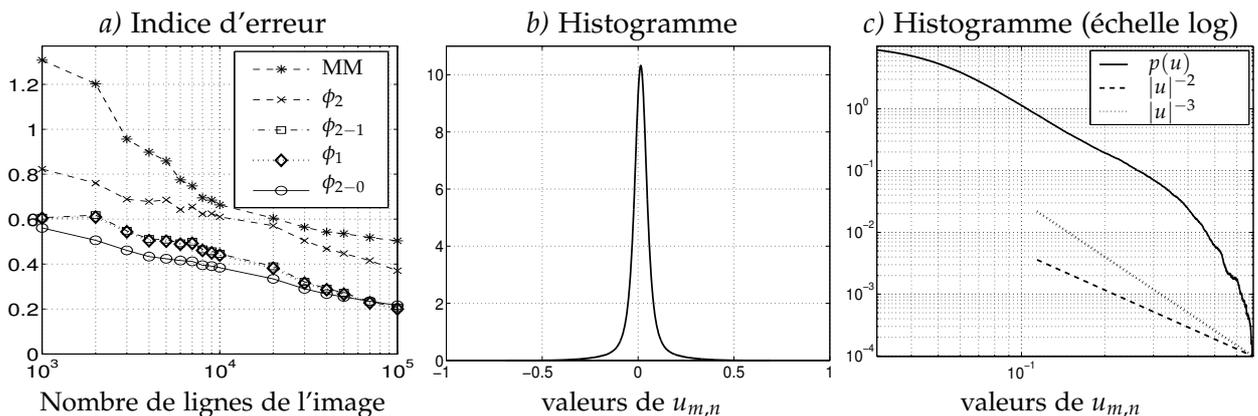


FIG. 4.4 – Convergence de l'estimateur du maximum a posteriori : pour des simulations effectuées sur une image a) tracé de la variation d'un indice d'erreur en fonction du nombre de lignes de l'image pour différents estimateurs (méthode des moments et estimateur MAP pour différentes fonctions  $\phi$ ) permettant de vérifier sur des simulations la convergence de ces estimateurs ; b) et c) histogramme de  $u_{m,n} = x_{m,n}^L - x_{m,n+1}^L$  en échelle linéaire et logarithmique, permettant de vérifier que leur distribution  $p(u)$  est bien paire et unimodale, et décroît plus rapidement que  $|u|^{-2}$  et  $|u|^{-3}$ , ce qui est suffisant pour garantir la convergence théorique des estimateurs du maximum a posteriori.

## 4.5 BIBLIOGRAPHIE

- [ALG 81] ALGAZI V. R., FORD G. E., « Radiometric Equalization of Nonperiodic Stripping in Satellite Data », *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 16, p. 287–295, 1981. (Cité page 57.)
- [ANT 00] ANTOINE O., Estimation de paramètres instrumentaux à partir d'images SPOT, Rapport de stage de DEA et Ingénieur ENSEEIHT, Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire Midi-Pyrénées, juin 2000. (Cité page 56.)
- [CAR 00a] CARFANTAN H., IDIER J., Méthode d'égalisation probabiliste dans le cas d'un instrument d'observation de la terre réel, Rapport de contrat CNES, Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse Tarbes, 2000. (Cité page 56.)
- [CAR 00b] CARFANTAN H., IDIER J., BEGHIN B., MEYGRET A., ROUGÉ B., « Statistical self-calibration of SPOT satellite imaging instrument », MOHAMMAD-DJAFARI A., Ed., *Bayesian Inference and Maximum Entropy Methods, AIP Conf. Proc. Vol 568(1)*, p. 501-512, American Institute of Physics, Gif-sur-Yvette, France, juillet 2000. (Cité page 59.)
- [CAR 01] CARFANTAN H., IDIER J., Estimation de paramètres instrumentaux à partir d'images SPOT, Rapport de contrat CNES, Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse Tarbes, 2001. (Cité pages 56 et 60.)
- [CAR 05] CARFANTAN H., IDIER J., « Statistical Self-Calibration of Pushbroom-Type Satellite Images », *Fourth International Conference on Physics in Signal and Image Processing*, Toulouse, France, p. 183–188, janvier 2005. (Cité page 60.)
- [CAR 10] CARFANTAN H., IDIER J., « Statistical linear destriping of Satellite-Based Pushbroom-Type Images », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 48, n° 4, p. 1860–1871, avril 2010. (Cité pages 59 et 60.)
- [CHA 97] CHARBONNIER P., BLANC-FÉRAUD L., AUBERT G., BARLAUD M., « Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging », *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 6, n° 2, p. 298-311, février 1997. (Cité pages 58 et 59.)
- [DAC 83] DACUNHA-CASTELLE D., DUFLO M., *Probabilités et statistiques, 2. Problèmes à temps mobile*, Masson, Paris, 1ère édition, 1983. (Cité page 60.)

- [GAD 00] GADALLAH F. L., CSILLAG G., SMITH E. J. M., « Destriping multisensor imagery with moment matching », *International Journal of Remote Sensing*, vol. 21, n° 12, p. 2505–2511, 2000. (Cité page 57.)
- [GEM 84] GEMAN S., GEMAN D., « Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images », *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-6, n° 6, p. 721-741, novembre 1984. (Cité page 58.)
- [GEM 87] GEMAN S., McCLURE D., « Statistical Methods for Tomographic Image Reconstruction », *Proceedings of the 46th Session of the ICI, Bulletin of the ICI*, vol. 52, p. 5-21, 1987. (Cité page 58.)
- [HOR 79] HORN B. K. P., WOODHAM R. J., « Destriping LANDSAT MSS Images by Histogram Modification », *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 10, p. 69–83, 1979. (Cité page 57.)
- [LES 99] LESAGE S., Estimation de paramètres instrumentaux à partir d'images SPOT, Rapport de stage de DEA et Ingénieur ENSEEIHT, Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire Midi-Pyrénées, juin 1999. (Cité page 56.)
- [SUN 08] SUN L., NEVILLE R., STAENZ K., WHITE P., « Automatic destriping of Hyperion imagery based on spectral moment matching », *Canadian Journal of Remote Sensing*, vol. 34, suppl. 1, p. S68–S81, 2008. (Cité page 57.)

# RECONSTRUCTION D'IMAGES D'INTERFÉROMÉTRIE POUR L'OBSERVATION DE LA TERRE : PROJET SMOS

## SOMMAIRE

5.1 POSITION DU PROBLÈME . . . . .	65
5.2 CORRECTION D'UNE ERREUR SYSTÉMATIQUE . . . . .	66
5.3 RECONSTRUCTION À HAUTE RÉOLUTION EN BORDS DE CÔTES . . . . .	67
5.4 CALIBRATION D'ANTENNES . . . . .	69
5.5 SENSIBILITÉ DE LA RECONSTRUCTION AUX PANNES . . . . .	70
5.6 BIBLIOGRAPHIE . . . . .	71

L'IMAGERIE interférométrique s'appuie sur le principe de synthèse d'ouverture, un principe observationnel utilisé depuis de très nombreuses années en radio-astronomie. L'équipe Signal Image Instrumentation (S2I) du LATT, anciennement équipe SORO (pour Synthèse d'Ouverture Radio et Optique) du Laboratoire d'Astrophysique de l'OMP, à beaucoup travaillé sur le développement de méthodes de **reconstruction d'images interférométriques**, bien avant mon arrivée. Ces travaux ont par ailleurs dépassé le cadre de l'astrophysique, puisque É. Anterrieu et A. Lannes ont été fortement impliqués, dès la phase de conception de l'instrument, dans le développement de méthodes de reconstruction d'images interférométriques pour le satellite SMOS (*Soil Moisture & Ocean Salinity*) d'observation de la terre. Mené par l'ESA, le projet SMOS est issu d'une collaboration européenne dans laquelle la France (en particulier le Centre d'Étude de la Biosphère – CESBIO – de l'OMP, l'investigateur principal de la mission étant Y. Kerr, directeur du CESBIO) et l'Espagne apportent des contributions majoritaires. L'objectif de cette mission, lancée le 2 novembre 2009, était d'effectuer la première cartographie à l'échelle planétaire de l'humidité des sols et de la salinité des océans.

L'instrument MIRAS (*Microwave Imaging Radiometry by Aperture Synthesis*) embarqué à bord de SMOS est un radiomètre interférométrique. En combinant de façon appropriée les signaux électromagnétiques collectés par un couple d'antennes distinctes ayant le même champ de vue, il est possible d'accéder à la visibilité complexe qui est reliée à l'intensité spectrale mutuelle de la scène observée au niveau des antennes, pour une fréquence spatiale définie par le couple d'antennes concernées. Étant donnée la configuration des antennes de SMOS, la combinaison

des signaux recueillis sur l'ensemble des couples d'antennes fournit des données correspondant à un remplissage en étoile du domaine fréquentiel, comme illustré Fig. 5.1. Le problème de re-

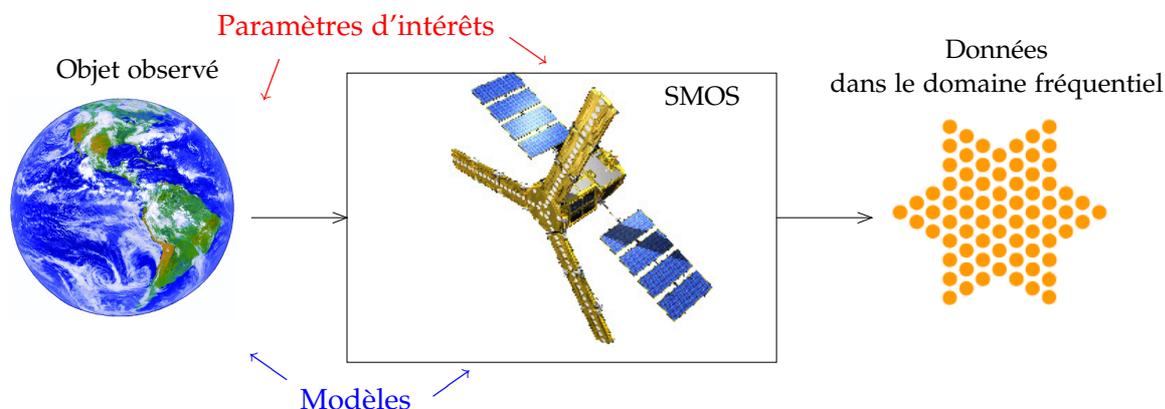


FIG. 5.1 – Cadre de travail pour la Reconstruction d'images d'interférométrie pour le satellite SMOS

construction d'images se ramène alors à un problème inverse de type synthèse de Fourier : il faut reconstruire l'image de l'objet observé à partir d'échantillons dans le domaine fréquentiel. En pratique, il est important que les antennes soient correctement calibrées afin de pouvoir résoudre de façon satisfaisante ce problème de synthèse de Fourier. L'équipe SISU de l'IRAP, au travers de l'implication de É. Anterrieu sur ce projet, est reconnue en tant que *Expert Scientist Laboratory* par l'Agence Spatiale Européenne (ESA) sur ces problèmes de **reconstruction d'images** et de **calibration d'antennes**. Je me suis impliqué sur ces deux thèmes, en collaboration avec É. Anterrieu et j'ai pu bénéficier d'une délégation au CNRS à mi-temps durant les années 2005-2006 et 2006-2007, pour travailler sur ce projet. En particulier, j'ai encadré le stage d'élève ingénieur de C. Nyczak [NYC 06] et participé à l'encadrement de la thèse de doctorat d'A. Khazaal [KHA 09a].

É. Anterrieu a proposé une méthode de reconstruction d'images, retenue par l'ESA pour le segment sol de la mission SMOS, s'appuyant sur le principe de bande passante limitée (BPL) de l'instrument. L'estimateur proposé est de type moindres carrés sous contrainte linéaire d'égalité et nécessite donc un coût de calcul très faible. Le principe de l'imagerie interférométrique pour SMOS et la méthode BPL sont présentés § 5.1. Nous avons pu réduire un **erreur systématique** de reconstruction de la méthode BPL (§ 5.2) en introduisant des informations *a priori* sur la scène observée, tout en gardant une structure linéaire de la solution et donc un coût de calcul très faible. Nous avons également proposé une méthode de reconstruction par pénalisation quadratique (§ 5.3), s'appuyant sur un **modèle de Gauss-Markov** pour le paysage observé et la connaissance *a priori* des contours principaux de l'image (transition entre terre, océan et ciel, supposés précisément à l'échelle de l'instrument), tout en gardant une structure linéaire de la solution et donc un coût de calcul faible, quoique supérieur à la méthode BPL à cause de l'augmentation du nombre d'inconnues. Cette méthode possède l'avantage d'effectuer une reconstruction à **haute résolution** autour des contours côtiers, ce qui n'était pas possible, par construction, par la méthode BPL. Nous avons aussi étudié la statistique du bruit sur les données à partir de mesures de calibrations au sol et pris en compte ces mesures dans la méthode de reconstruction BPL [ANT 10], mais ces travaux ne seront pas présentés ici.

Les méthodes de reconstruction d'images nécessitent une bonne connaissance des diagrammes de rayonnement des antennes de l'instrument. En pratique, ces antennes ont été calibrées au sol avant la mise en orbite de SMOS, mais en prévision d'éventuelles modifications des diagrammes d'antenne dans l'espace, nous avons étudié une méthodologie de **calibration** à partir de l'observation de scènes supposées connues (centre galactique) qui est évoquée § 5.4. Enfin, nous avons étudié la sensibilité de la méthode de reconstruction BPL aux diverses **pannes** pouvant intervenir sur l'instrument (§ 5.5).

## 5.1 POSITION DU PROBLÈME

L'instrument MIRAS embarqué à bord du satellite d'observation de la terre SMOS est un radiomètre interférométrique fonctionnant dans la bande L à 1,415 GHz<sup>1</sup>, soit une longueur d'onde  $\lambda = 21$  cm. Le mode interférométrique permet d'obtenir une résolution au sol de 50 km, sans pour autant envoyer dans l'espace une antenne de 3 m de diamètre théoriquement nécessaire, en constituant un réseau d'antennes élémentaires. Comme illustré Fig. 5.2, la configuration choisie pour SMOS est une configuration avec trois bras en forme de Y disposant au total de 72 antennes de 21 cm ayant toutes le même champ de vue. Les signaux électromagnétiques

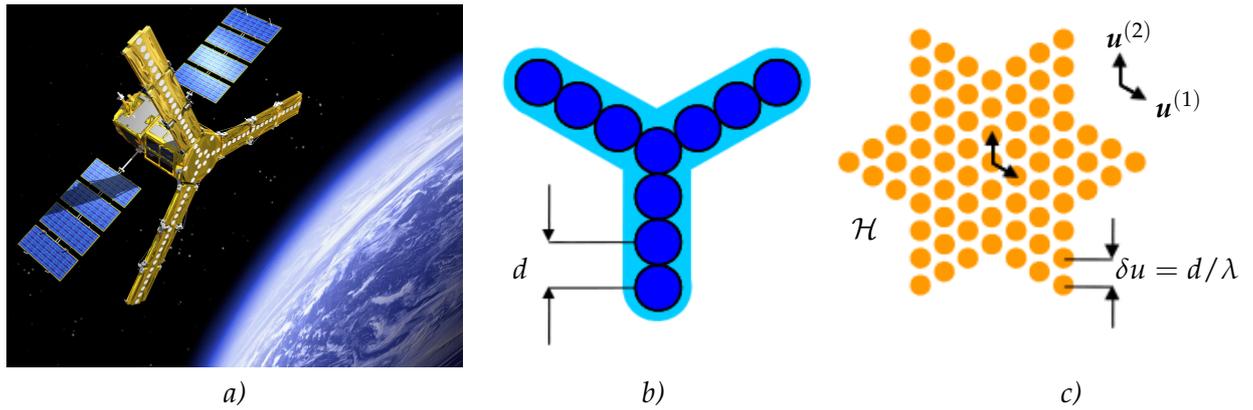


FIG. 5.2 – Mission SMOS : a) vue d'artiste de la mission SMOS ; b) schéma de principe du positionnement des antennes en Y ; c) échantillonnage fréquentiel  $\mathcal{H}$  correspondant.

collectés par 69 de ces antennes, régulièrement espacées, sont combinés par couples afin d'être utilisés pour la synthèse d'ouverture (3 antennes sont utilisées exclusivement pour fournir la température moyenne de la scène observée). En effet, d'après le théorème de Van-Cittert Zernike [BOR 99], la corrélation entre deux tels signaux permet d'accéder à la visibilité complexe qui est reliée à la fonction de cohérence spatiale de la scène observée par les antennes, pour une fréquence spatiale définie par la position respective du couple d'antennes concernées. La mesure de visibilité complexe  $V_{k,\ell}$  effectuée pour un couple d'antennes est reliée à la température de brillance  $T_b(\xi)$  en une position  $\xi$ , que l'on cherche à imager, par la relation :

$$V_{k,\ell} = \frac{1}{\sqrt{\Omega_k \Omega_\ell}} \iint_{\|\xi\| < 1} F_k(\xi) F_\ell(\xi)^* (T_b(\xi) - T_{\text{rec}}) \frac{\tilde{r}_{k,\ell}(-\frac{\mathbf{u}_{k,\ell}\xi}{f_0})}{\sqrt{1 - \|\xi\|^2}} e^{-2j\pi \mathbf{u}_{k,\ell}\xi} d\xi \quad (5.1)$$

Sans rentrer dans les détails pour l'ensemble des termes de cette équation, on reconnaît une formule proche de la transformée de Fourier, pour une fréquence spatiale  $\mathbf{u}_{k,\ell}$  liée à la direction et à la distance entre les deux antennes, avec une pondération, entre autre, par le diagramme de rayonnement des antennes  $F_k$  et  $F_\ell$ . Dans le cas de MIRAS, le dispositif expérimental permet d'accéder à un échantillonnage hexagonal en étoile  $\mathcal{H}$  du domaine des fréquences, comme illustré Fig. 5.2,

Le problème de reconstruction d'images consiste à inverser la relation (5.1), c'est-à-dire à reconstruire la température de brillance  $T_b(\xi)$  à partir de l'ensemble des visibilités  $V_{k,\ell}$ . On est ainsi confronté à un problème de synthèse de Fourier, problème inverse linéaire que l'on sait être mal posé au sens de Hadamard. Il est alors nécessaire de le régulariser afin d'obtenir une

<sup>1</sup>Cette fréquence a été choisie afin d'optimiser simultanément la sensibilité de la température de brillance à la salinité des océans et à l'humidité du sols. De plus, elle est réservée à des fins de recherches spatiales et scientifiques donc normalement non polluée par les émissions radiofréquences depuis la terre.

solution unique et stable, ayant non seulement un sens mathématique mais aussi un sens physique. D'un point de vue algébrique, une fois l'équation (5.1) discrétisée, cette relation s'écrit sous la forme  $V = \mathbf{G}T$  et l'objectif est donc de reconstruire  $T$  à partir de mesures bruitées de visibilités  $V$ . É. Anterrieu a proposé une méthode de reconstruction d'images s'appuyant sur le principe de bande passante limitée (BPL) de l'instrument [ANT 04], ce dernier ne permettant aucune mesure en dehors des fréquences spatiales contenues dans le domaine en étoile  $\mathcal{H}$ . Ainsi, la reconstruction peut-être effectuée en minimisant un critère des moindres carrés en imposant comme contrainte que la solution soit à bande spectrale limitée au domaine  $\mathcal{H}$ . Sous forme matricielle, cette solution s'écrit :

$$T_{\text{BPL}} = \arg \min_T \|V - \mathbf{G}T\|^2 \text{ sous la contrainte } T = \mathbf{U}^+ \mathbf{Z} \mathbf{Z}^+ \mathbf{U} T,$$

en notant  $\mathbf{U}$  l'opérateur de transformée de Fourier bidimensionnel en maillage hexagonal et  $\mathbf{Z}$  l'opérateur de *zero-padding* ajoutant des zéros pour les fréquences extérieures au domaine  $\mathcal{H}$ . Cette solution se calcule directement par moindres carrés en notant  $\hat{T} = \mathbf{Z}^+ \mathbf{U} T$  la valeur de la transformée de Fourier de  $T$  aux fréquences contenues dans le domaine  $\mathcal{H}$  :

$$T_{\text{BPL}} = \mathbf{U}^+ \mathbf{Z} \hat{T}_{\text{BPL}} \text{ avec } \hat{T}_{\text{BPL}} = \arg \min_{\hat{T}} \|V - \mathbf{G} \mathbf{U}^+ \mathbf{Z} \hat{T}\|^2,$$

ce qui donne simplement  $T_{\text{BPL}} = \mathbf{U}^+ \mathbf{Z} \mathbf{A}^+ V$ , en notant  $\mathbf{A} = \mathbf{G} \mathbf{U}^+ \mathbf{Z}$  et  $\mathbf{A}^+ = (\mathbf{A}^+ \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^+$ . En pratique, une fenêtre d'apodisation est utilisée pour éviter le phénomène de Gibbs dû à une troncature trop brutale du domaine fréquentiel [ANT 04]. Comparée à d'autres méthodes de reconstruction, en particulier la pénalisation de Tikhonov et la décomposition en valeurs singulières tronquées, cette méthode est avantageuse à la fois en terme de stockage mémoire, de coût de calcul (la dimension de  $\hat{T}$  est inférieure à celle de  $T$ ) et de réglage des paramètres [PIC 05], pour une qualité de reconstruction équivalente. Elle été retenue par l'ESA pour être implémentée dans le traitement des données au sol de la mission SMOS.

## 5.2 CORRECTION D'UNE ERREUR SYSTÉMATIQUE

La méthode de reconstruction BPL présentée ci-dessus souffre d'une erreur systématique<sup>2</sup> moyenne de l'ordre de 1 à 2° K, variable suivant les observations, bien supérieure aux spécifications requises pour la mission SMOS. La cause principale de cette erreur est le sous-échantillonnage fréquentiel [ANT 07], dû au fait que la distance entre deux antennes ne peut être inférieure au diamètre de ces antennes, ce qui induit un repliement spatial des images comme illustré Fig. 5.3. Après avoir étudié l'origine de cette erreur systématique, É. Anterrieu a proposé une amélioration de la méthode de reconstruction BPL, afin de réduire cette erreur, consistant à reconstruire une image différentielle vis-à-vis d'une image grossière de référence [ANT 07]. En effet, il est aisé de construire un masque spatial délimitant le ciel, les océans et les terres émergées apparaissant dans le champ de vue de l'instrument, avec une très bonne précision par rapport à la résolution des images connaissant l'attitude du satellite. L'image de référence  $\tilde{T}$  est alors considérée constante par morceaux :  $\tilde{T} = \tilde{t}_c \mathbf{m}_c + \tilde{t}_o \mathbf{m}_o + \tilde{t}_t \mathbf{m}_t$  où  $\mathbf{m}_c$ ,  $\mathbf{m}_o$  et  $\mathbf{m}_t$  correspondent aux masques spatiaux respectivement sur le ciel, les océans et les terres émergées. Les températures moyennes  $\tilde{t}_c$ ,  $\tilde{t}_o$  et  $\tilde{t}_t$  sont alors estimées par moindres carrés avant la reconstruction :  $(\tilde{t}_c, \tilde{t}_o, \tilde{t}_t) = \arg \min_{t_c, t_o, t_t} \|V - \mathbf{G}(t_c \mathbf{m}_c + t_o \mathbf{m}_o + t_t \mathbf{m}_t)\|^2$ . La résolution du problème  $\delta V = \mathbf{G} \delta T$ , où  $\delta T = T - \tilde{T}$  et  $\delta V = V - \mathbf{G} \tilde{T}$ , est alors effectué par la méthode de reconstruction à bande spectrale limitée, soit :

$$T'_{\text{BPL}} = \mathbf{U}^+ \mathbf{Z} \mathbf{A}^+ (V - \mathbf{G} \tilde{T}) + \tilde{T} \quad (5.2)$$

<sup>2</sup>On désigne ici par erreur systématique le fait que cette erreur apparaît même dans le cas idéal où les données ne sont pas bruitées et sont générées suivant le modèle utilisé pour la reconstruction.

Notons qu'en pratique, l'image de référence  $\tilde{T}$  ajoutée à la reconstruction ci-dessus est filtrée pour ne retenir que la bande spectrale correspondant à  $\mathcal{H}$ . Une telle approche a permis de réduire l'erreur systématique d'un facteur 4 en moyenne [ANT 07].

Durant la thèse d'A. Khazaal, nous avons amélioré cette méthode de reconstruction différentielle sur deux aspects [KHA 09a, Chap. 3] :

- Nous avons amélioré la scène de référence  $\tilde{T}$  tout en gardant un modèle linéaire par rapport à un faible nombre de paramètres  $\tilde{t}$ , soit une écriture sous la forme  $\tilde{T} = \mathbf{M}\tilde{t}$ . En plus de masques  $m_c$ ,  $m_o$  et  $m_t$ , nous avons proposé d'ajouter deux colonnes à la matrice  $\mathbf{M}$  correspondant à une modélisation de la variation de la distribution de température de brillance suivant l'angle d'incidence (connu) à la surface de la terre [WAL 02], respectivement pour le masque de la terre et celui de l'océan. L'image de référence dépend alors d'un vecteur  $\tilde{t}$  de 5 paramètres au lieu des 3 initiaux.
- Plutôt que d'effectuer la reconstruction en deux étapes, la première pour le calcul des paramètres  $\tilde{t}$  de la scène de référence  $\tilde{T}$  à partir des visibilité  $V$ , la seconde pour la reconstruction BPL différentielle de  $T - \tilde{T}$ ; nous avons proposé d'effectuer la reconstruction et l'estimation des paramètres  $\tilde{t}$  simultanément. En effet, à paramètres  $\tilde{t}$  fixés, la solution BPL se calcule aisément d'après l'équation (5.2) pour  $\tilde{T} = \mathbf{M}\tilde{t}$ , en réinjectant cette solution dans le critère des moindres carrés on obtient aisément l'expression des paramètres  $\tilde{t}$  optimaux :  $\tilde{t} = \arg \min_{\tilde{t}} \|(\mathbf{I} - \mathbf{A}\mathbf{A}^+)(V - \mathbf{G}\mathbf{M}\tilde{t})\|^2$ . On obtient ainsi aisément la scène de référence optimale et l'image reconstruite pour cette scène.

De telles améliorations ont permis d'éliminer l'erreur systématique (réduction d'un facteur 20 en moyenne) ou du moins de la rendre inférieure aux spécifications requises [KHA 09b].

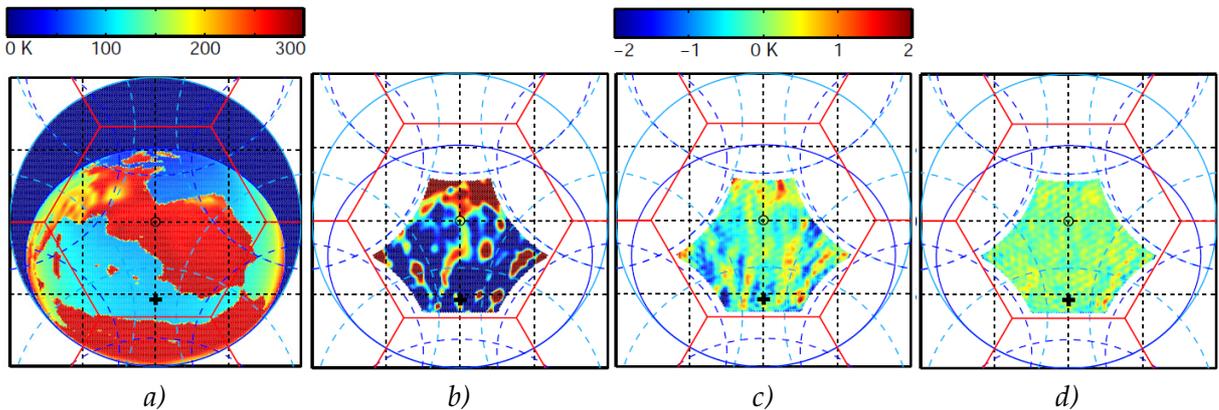


FIG. 5.3 – Exemple d'erreur systématique pour des données non bruitées : a) image originale ; puis erreurs de reconstruction (représentée uniquement dans la zone sans repliement) b) par la méthode BPL ; c) par la méthode BPL avec méthode initiale de correction ; d) par la méthode BPL avec méthode la correction proposée. L'échelle des couleurs est la même pour les 3 images reconstruites. En pointillés apparaissent les zones de repliement spatial du champ de vue (bleu clair) et de la terre (bleu foncé).

### 5.3 RECONSTRUCTION À HAUTE RÉOLUTION EN BORDS DE CÔTES

Le principal reproche que l'on peut faire à la méthode BPL est justement son *a priori* de bande spectrale limitée. En effet, si l'instrument ne permet effectivement pas de mesurer des données correspondant aux hautes fréquences spatiales de la scène observée, des informations *a priori* sur ces hautes fréquences peuvent être exploitées pour la reconstruction. En effet, on a vu que l'on pouvait connaître précisément, à la résolution de SMOS, les contours principaux de l'image à reconstruire, correspondant aux frontières entre les zones de terre, d'océan et de ciel dans le champ de vue, et donc à des hautes fréquences de cette image. Il paraît donc intéressant

d'exploiter cette information *a priori* dans la méthode de reconstruction, en particulier pour améliorer la précision de la reconstruction aux abords de ces contours.

Nous avons proposé durant le stage de C. Nyczak [NYC 06], d'exploiter simplement cette information *a priori* par une pénalisation quadratique de douceur (champ de Gauss-Markov), dans lequel ce terme de pénalisation est supprimé au niveau des discontinuités terres/océans/ciel. L'intérêt d'une telle régularisation quadratique est que l'estimateur reste ainsi linéaire vis-à-vis des données et que son calcul se fait aisément par inversion matricielle. Notons que nous sommes ici dans une situation très confortable, contrairement à la plupart des travaux visant à préserver les contours lors de la résolution d'un problème inverse [IDI 01, Chap 6], puisque nous connaissons ici parfaitement la position de la plupart des contours. Aussi une pénalisation quadratique paraît-elle suffisante. La solution s'écrit alors :

$$T_{\text{HR}} = \arg \min_T \|V - \mathbf{G}T\|^2 + \mu \|\mathbf{D}T\|^2,$$

où  $\mathbf{D}T$  rassemble toutes les différences entre pixels voisins situés dans une même zone de l'image (ciel, océan ou terre). Les particularités de cette approche classique appliquée à notre problème apparaissent principalement dans la construction de la matrice  $\mathbf{D}$  :

- Le maillage hexagonal de l'image, dû à l'échantillonnage de l'instrument, nécessite de définir la notion de voisinage. Nous avons considéré un voisinage d'ordre 1, aux 6 plus proches voisins. Notons que le stockage de l'image sur ce maillage hexagonal se fait dans une matrice *via* un rhomboïde, ce qui rend la construction de la matrice  $\mathbf{D}$  peu intuitive.
- La connaissance des masques correspondant aux zones de ciel, d'océan ou de terre, doit être prise en compte pour définir les contours entre ces zones, en prenant en compte le repliement spatial de ces contours dû au sous-échantillonnage fréquentiel de l'instrument.
- Enfin, la connaissance de ces contours doit être prise en compte pour supprimer de la matrice  $\mathbf{D}$  les voisinages correspondant à deux pixels situés de part et d'autre d'un contour.

Les résultats obtenus par cette approche dite à Haute Résolution (HR) en bords de côtes, illustrés sur un exemple Fig. 5.4, sont très satisfaisants, la haute résolution en bords de côte étant très clairement visible sur l'image reconstruite. De plus, les erreurs de reconstruction par rapport à l'image originale à haute résolution sont du même ordre de grandeur que celles de la méthode BPL par rapport à une image à bande spectrale limitée.

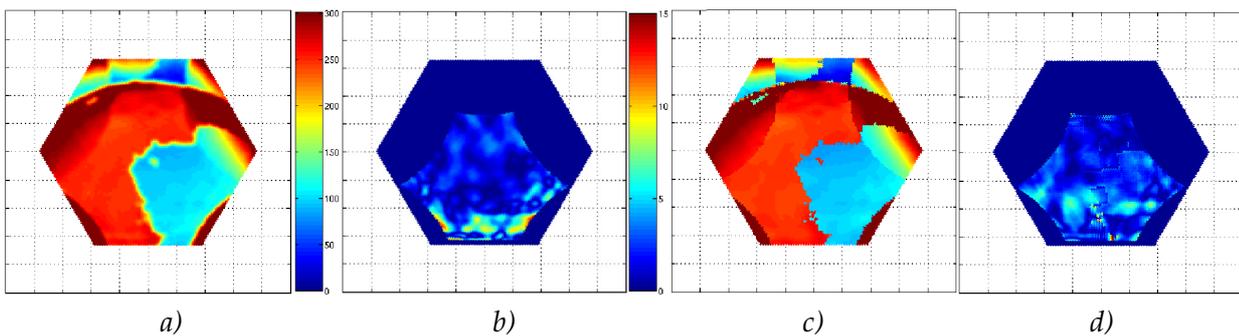


FIG. 5.4 – Comparaison des méthodes BPL et HR : a) image reconstruite par BPL ; b) erreur de reconstruction de BPL dans la zone non repliée par rapport à une image idéale basse résolution (erreur moyenne 1,99 K, écart-type 2,30) ; c) reconstruction HR ; d) erreur de reconstruction dans la zone non repliée par rapport à une image idéale haute résolution (erreur moyenne 2,00 K, écart-type 2,08). L'échelle des couleurs est la même respectivement pour les images reconstruites et pour les erreurs de reconstruction.

Le coût de calcul pour cette méthode est cependant supérieur à celui de la méthode BPL dû au fait que le nombre d'inconnues est l'ensemble des pixels de l'image et non uniquement les valeurs aux fréquences du domaine  $\mathcal{H}$ . Ce coût reste néanmoins raisonnable puisqu'il correspond principalement au coût de la résolution d'un système linéaire. Notons qu'il serait intéressant

d'étudier une mise en œuvre efficace de la résolution du système si l'on souhaite exploiter cette méthode en prenant compte les différentes mesures de polarisation de l'instrument [KHA 09a, Chap. 4 et 5], puisque cela multipliera par 2, voire par 4, la dimension du système.

Cette méthode nécessite cependant le réglage du paramètre de régularisation  $\mu$ . D'un point de vue théorique, plusieurs méthodes existent dans ce cas quadratique [IDI 01, Chap 2] et une sélection par la « courbe en L » semble satisfaisante pour donner une plage de valeurs acceptable pour ce paramètre, mais il faudrait s'assurer que la méthode est robuste vis-à-vis de ce paramètre afin de n'avoir à calculer qu'une unique solution pour chaque jeu de données.

Notons que la méthode de correction d'erreur systématique, par la même approche que celle présentée § 5.2, peut être appliquée sans difficulté à cette méthode à haute résolution puisque sa mise en œuvre repose encore sur la minimisation d'un critère quadratique. Enfin, on pourrait penser que la corrections d'erreur systématique de la méthode BPL, telle que présentée § 5.2, permet également, si l'on ne filtre pas l'image de référence dans l'équation (5.2), une reconstruction à haute résolution puisque l'image de référence possède les contours et est clairement à haute résolution. Cependant, cette haute résolution est assez artificielle car une corrélation de tous les pixels voisins est introduite par la contrainte de BPL, alors que dans la méthode proposée seule la corrélation entre pixels voisins de même nature (océan, terre ou ciel) est prise en compte. La méthode proposée est donc plus satisfaisante pour une reconstruction HR en bords de côtes.

## 5.4 CALIBRATION D'ANTENNES

Les méthodes décrites dans les sections précédentes nécessitent une connaissance précise du modèle direct de formation des données, correspondant à une discrétisation de l'équation (5.1) sous la forme  $V = GT$ . Cette équation dépend des diagrammes d'antennes  $\{F_k(\xi)\}_k$ , qui sont donc supposés connus pour chaque antenne. Une caractérisation des diagrammes des antennes de l'instrument MIRAS a été effectuée au sol avant le lancement du satellite, en terme de décomposition en harmoniques sphériques. Néanmoins, d'éventuelles dégradations par rapport à ces caractéristiques sont envisagée, par exemple dues à la spatialisation de l'instrument. Aussi, durant la thèse d'A. Khazaal [KHA 09a, Chap. 7], nous avons étudié la possibilité de calibrer les antennes à partir de données mesurées en vol sur des scènes connues à la résolution de l'instrument (centre galactique).

Nous avons considéré le cas où les diagrammes d'antennes peuvent s'écrire comme une combinaison linéaire de diagrammes élémentaires, soit pour l'antenne  $k$ , sous la forme  $F_k = Yc_k$ . C'est par exemple le cas dans le développement en harmoniques sphériques du diagramme d'antenne en une position  $\xi$  :

$$F(\xi) = \sum_{\ell=0}^L \sum_{m=-\ell}^{\ell} c_{\ell,m} Y_{\ell,m}(\xi)$$

où  $L$  est l'ordre maximal considéré dans ce développement. L'équation d'observation (5.1) peut alors s'écrire, une fois discrétisée, pour une scène connue  $T$ , sous la forme :

$$V_{k,\ell} = c_k^\dagger Y^\dagger H_{k,\ell}(T) Y c_\ell. \quad (5.3)$$

On peut alors, tenter de calibrer les diagrammes d'antennes en estimant les paramètres  $\{c_k\}_k$  par minimisation d'un critère quadratique de fidélité aux données (estimation au sens du maximum de vraisemblance pour des perturbations additives gaussiennes indépendantes et identiquement distribuées) :

$$J(c) = \sum_{k,\ell} |V_{k,\ell} - c_k^\dagger Y^\dagger H_{k,\ell}(T) Y c_\ell|^2 = \|v - c^\dagger Y^\dagger H Y c\|^2,$$

avec, pour la notation matricielle, les vecteurs  $\mathcal{V} = \{V_{k,\ell}\}_{k,\ell}$  et  $\mathcal{C} = \{c_{\ell,k}\}_{k,\ell}$ , où  $c_{\ell,k}$  est le  $\ell$ ème élément du vecteur  $c_k$ ; les matrices  $\mathcal{H}$  et  $\mathcal{Y}$  étant définies par bloc à partir des matrices  $\mathbf{Y}$  et  $\mathbf{H}_{k,\ell}$ .

Remarquons que si le modèle de diagramme d'antenne est linéaire vis-à-vis des paramètres  $c_k$ , le modèle d'observation (5.3) est lui quadratique et le critère à minimiser de degré 4. Aussi ce critère peut posséder des minima locaux. Nous avons mis en œuvre et comparé divers algorithmes d'optimisation locale de type descente (gradient, gradient conjugué et Newton en prenant soin de corriger le Hessien lorsqu'il n'est pas défini positif), ces algorithmes pouvant bénéficier d'une minimisation 1D exacte, le long de la direction de descente, calculée comme racine d'un polynôme de degré 3.

Une telle approche a été validée dans le cas d'un modèle simple de diagramme d'antenne (de type gain et offset :  $F_k = c_{k,0} + F_k^0 c_{k,1}$  où  $F_k^0$  correspond au diagramme de la  $k$ ème antenne caractérisé au sol) [KHA 09a], soit l'estimation de deux paramètres pour chacune des 69 antennes. Cependant, une bonne estimation des paramètres nécessite un rapport signal sur bruit élevé et un nombre de scènes suffisant. Pour cela, on peut aisément envisager de faire pointer l'instrument dans la même direction du ciel durant une quinzaine de minutes pour obtenir un grand nombre de jeux de données statistiquement indépendants du point de vue bruit, mais représentant la même scène du ciel. Il est donc possible d'exploiter une telle approche pour estimer des variations de diagrammes d'antennes par rapport aux caractéristiques au sol si l'on dispose de modèles linéaires pour ces variations, dépendant d'un nombre limité de paramètres.

Cependant, nous avons montré qu'il n'était pas envisageable d'estimer directement les coefficients du développement en harmoniques sphériques des diagrammes d'antennes à partir de tels jeux de données [KHA 09a]. En effet, une bonne caractérisation des diagrammes d'antenne, avec pour objectif la reconstruction des images, nécessite un ordre élevé dans le développement en harmoniques sphériques. Ainsi, l'erreur de reconstruction de la méthode BPL est 4 fois plus grande que celle obtenue avec les vrais diagrammes d'antennes de MIRAS pour un ordre maximal de  $L = 40$ , soit 1681 coefficients par antenne et 2 fois plus grande pour  $L = 50$  (soit 2601 coefficients par antenne) soit pour les 69 antennes respectivement 115989 et 179469 paramètres. D'un point de vue informationnel, une telle estimation nécessiterait de recueillir des données sur un grand nombre de scènes suffisamment différentes. . .

Notons de plus que nous avons mis en évidence un problème de non identifiabilité de la phase des coefficients (phases estimées à une constante près), mais qui n'aura pas de conséquence pour la synthèse de Fourier.

Finalement, dans la phase actuelle d'exploitation de SMOS, une telle étape de calibration des diagrammes d'antennes ne semble pas indispensable, la méthode de reconstruction ayant montré sa robustesse suite à une inversion involontaire, mais désormais corrigée, des diagrammes des antennes dans le pipeline de traitement. . .

## 5.5 SENSIBILITÉ DE LA RECONSTRUCTION AUX PANNES

Nous avons également étudié, durant la thèse d'A. Khazaal [KHA 09a, Chap. 6], la sensibilité de la méthode de reconstruction BPL à d'éventuelles pannes de corrélateurs ou d'antennes.

La panne d'un corrélateur entre les signaux d'une antenne  $k$  avec l'antenne  $\ell$ , provoque la perte de données  $V_{k,\ell}$  correspondant à une fréquence spatiale  $u_{k,\ell}$ . L'influence de cette panne sur la reconstruction diffère suivant que le corrélateur correspond à une fréquence  $u_{k,\ell}$  redondante ou non redondante<sup>3</sup>.

La perte d'une donnée pour une fréquences redondante a peu d'effet sur la reconstruction si l'on procède à la suppression de la ligne correspondante dans la matrice  $\mathbf{G}$  (et donc  $\mathbf{A}$ ). En particu-

<sup>3</sup>Notons que nous disposons de 2349 données et que sur les 1396 fréquences spatiales, 283 sont redondantes, avec une redondance de 2 à 22.

lier, l'opérateur  $\mathbf{A}$  reste toujours bien conditionné.

La perte d'une donnée pour une fréquence non redondante est plus problématique puisque l'opérateur  $\mathbf{A}$  devient mal conditionné. Cela se comprend aisément puisque l'on cherche à reconstruire une composante fréquentielle de l'image à une fréquence pour laquelle on ne possède pas de données<sup>4</sup>. Le bon conditionnement de cet opérateur est rétabli lorsque l'on ne cherche pas à reconstruire la composante fréquentielle correspondante, c'est-à-dire lorsque l'on supprime également la colonne correspondante de la matrice  $\mathbf{A}$ . L'augmentation de l'erreur dépend alors de la composante du paysage à cette fréquence et ne se propage pas aux autres fréquences. Ainsi pour un paysage donné, on obtient une augmentation de l'erreur de reconstruction par la méthode BPL inférieure à 0,1 K pour 95% des pannes et supérieure à 0,5 K pour 3 pannes seulement correspondant aux plus basses fréquences présentes dans le paysage [ANT 08, KHA 09a].

La panne d'une antenne provoque quant à elle la perte de 68 données, correspondant à la corrélation du signal de cette antenne avec ceux des 68 autres. Parmi ces données, au moins une correspond à une fréquence non redondante. En particulier, certaines antennes sont associées à 38 fréquences non redondantes, la perte des données correspondantes est donc plus délicate que pour la panne d'un corrélateur. Malgré la suppression des lignes de  $\mathbf{A}$  associées aux données manquantes et des colonnes de  $\mathbf{A}$  associées aux fréquences non redondantes manquantes, afin de rendre l'opérateur bien conditionné, l'erreur de reconstruction par la méthode BPL peut atteindre jusqu'à 3 K si les pertes sont associées à de nombreuses basses fréquences, donc pour une antenne proche du centre de l'instrument [ANT 08, KHA 09a].

Notons que dans la phase actuelle d'exploitation de SMOS, tous les corrélateurs et toutes les antennes fonctionnent encore correctement.

## 5.6 BIBLIOGRAPHIE

- [ANT 04] ANTERRIEU E., « A resolving matrix approach for synthetic aperture imaging radiometers », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 42, n° 8, p. 1649-1656, août 2004. (Cité page 66.)
- [ANT 07] ANTERRIEU E., « On the reduction of the reconstruction bias in synthetic aperture imaging radiometry », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 45, n° 4, p. 592-601, avril 2007. (Cité pages 66 et 67.)
- [ANT 08] ANTERRIEU E., KHAZAAL A., CARFANTAN H., « Impact of correlators and receivers failures on the MIRAS instrument onboard SMOS », *IEEE International Geoscience & Remote Sensing Symposium*, Boston, Massachusetts, USA, juillet 2008. (Cité page 71.)
- [ANT 10] ANTERRIEU E., CARFANTAN H., MARTÍN-NEIRA M., BARBOSA J., CASTRO R., Improvement of the Image Reconstruction Algorithm Selected for the SMOS Space Mission, Rapport technique, Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse Tarbes, janvier 2010. (Cité page 64.)
- [BOR 99] BORN M., WOLF E., Eds., *Principles of Optics : Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*, 7th edition, Cambridge University Press, octobre 1999. (Cité page 65.)
- [IDI 01] IDIER J., Ed., *Approche bayésienne pour les problèmes inverses*, Traité IC2, Série traitement du signal et de l'image, Hermès, Paris, novembre 2001. (Cité pages 68 et 69.)
- [KHA 09a] KHAZAAL A., Algorithmes de reconstruction d'images pour le satellite SMOS, Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier – Toulouse 3, Toulouse, octobre 2009. (Cité pages 64, 67, 69, 70 et 71.)
- [KHA 09b] KHAZAAL A., CARFANTAN H., ANTERRIEU E., « On the reduction of the systematic error in imaging radiometry by aperture synthesis : a new approach for the SMOS space mission », *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 6, n° 1, p. 47-51, janvier 2009. (Cité page 67.)
- [NYC 06] NYCZAK C., Imagerie à Haute résolution pour le satellite SMOS, Rapport de stage de 2ème année de l'ENSPS, Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire Midi-Pyrénées, juin 2006. (Cité pages 64 et 68.)
- [PIC 05] PICARD B., ANTERRIEU E., « Comparizon of regularized inversion methods in synthetic aperture imaging radiometry », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 43, n° 2, p. 218-224, février 2005. (Cité page 66.)

<sup>4</sup>Cette interprétation est valide même si l'opérateur n'est pas exactement une transformée de Fourier. En pratique, l'erreur de reconstruction se propage même aux fréquences voisines.

[WAL 02] WALDTEUFEL P., CAUDAL G., « About off-axis radiometric polarimetric measurements », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 40, n° 6, p. 1435-1439, juin 2002. (Cité page 67.)

# DÉCONVOLUTION D'IMAGES HYPERSPÉCTRALES : PROJET MUSE

# 6

## SOMMAIRE

6.1 IMAGERIE HYPERSPÉCTRALE AVEC L'INSTRUMENT MUSE . . . . .	77
6.2 MODÉLISATION ET ESTIMATION DE LA PSF HYPERSPÉCTRALE DE MUSE . . . . .	79
6.2.1 Modélisation et estimation de la FSF . . . . .	80
6.2.2 Modélisation et calibration de la LSF . . . . .	83
6.3 ALGORITHMES GLOUTONS POUR LA DÉCONVOLUTION IMPULSIONNELLE . . . . .	84
6.4 APPROXIMATION PARCIMONIEUSE SPECTRALE POUR LA DÉCONVOLUTION . . . . .	88
6.5 DÉCONVOLUTION POUR L'ÉTUDE DE LA CINÉMATIQUE DES GALAXIES . . . . .	90
6.6 BIBLIOGRAPHIE . . . . .	92

L'IMAGERIE **hyperspectrale** va occuper une place croissante en observation pour l'astrophysique dans les années à venir. Ainsi, l'instrument MUSE (Multi Unit Spectroscopic Explorer) actuellement en cours de test sur un des télescopes de 8 m du VLT, est-il un précurseur des spectro-imageurs intégral de champ : il fournira des cubes de données hyperspectrales d'images de  $300 \times 300$  pixels à près de 4000 longueurs d'ondes différentes dans le visible et le proche infrarouge (voir § 6.1). Le traitement et l'analyse de telles données hyperspectrales sont un challenge pour la communauté du traitement du signal et des images. En effet, si de nombreux travaux ont été effectués sur des données hyperspectrales en observation de la terre, principalement autour des problèmes de démélangeage spectral et de classification, ces données diffèrent des données hyperspectrales en astrophysique en ce qui concerne, bien sûr, les objets observés, mais également pour la réponse de la chaîne instrumentale (qui varie en fonction des conditions d'observations depuis le sol en astrophysique) et le rapport signal sur bruit, beaucoup plus faible en astrophysique.

Le groupe SISU de l'IRAP s'est attaqué à cette thématique dans le cadre du projet ANR DAHLIA (*Dedicated Algorithms for Hyperspectral Imaging in Astronomy*), en collaboration avec le CRAL (Centre de Recherche Astrophysique de Lyon, coordinateur R. Bacon, *Principal Investigator* du projet MUSE), l'Observatoire de la Côte d'Azur (coordinateur É. Slezack) à Nice et le LSIT (Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection, coordinateur C. Collet) à Strasbourg, pour les années 2009-2013. Pour ma part, en plus de la coordination de ce projet ANR sur Toulouse, je me suis particulièrement impliqué dans des aspects liés à la chaîne d'acquisition, en particulier pour la modélisation et l'estimation de la réponse instrumentale, nécessaires à bien des méthodes de traitement étudiées dans le cadre de l'ANR DAHLIA telles

que la déconvolution, la fusion et la séparation de sources, ainsi qu'à des aspects liés aux objets observés pour la déconvolution des images hyperspectrales, comme schématisé Fig. 6.1.

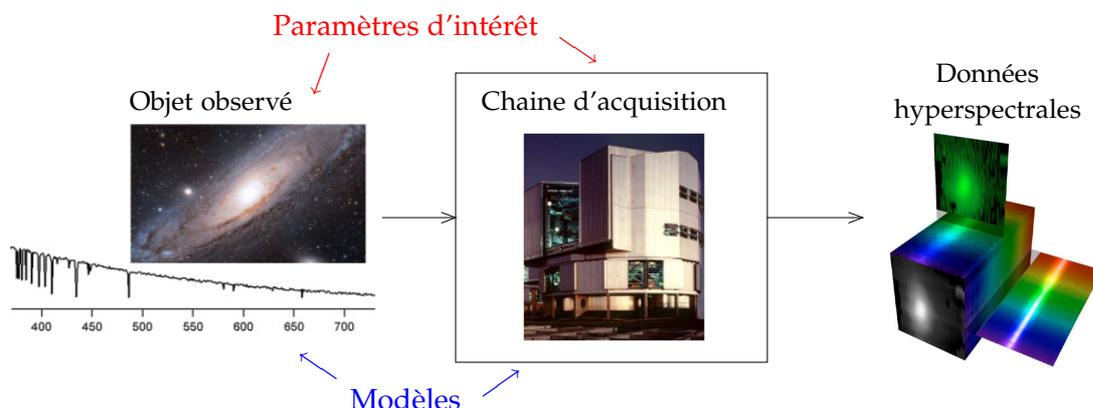


FIG. 6.1 – Cadre de travail pour la déconvolution d'images hyperspectrales pour le projet MUSE

Un traitement et une analyse efficaces des données nécessitent généralement de bien comprendre la **chaîne d'acquisition**. Aussi, nous nous sommes attachés à caractériser cette chaîne d'acquisition pour le traitement des données de MUSE (en collaboration avec R. Bacon et A. Jarno du CRAL, M. Petremand et V. Mazet du LSIIT, S. Bourguignon de l'OCA, D. Serre de l'Observatoire de Leiden et E. Villeneuve de l'IRAP) en étudiant sa réponse impulsionnelle (appelée par la suite PSF pour *Point Spread Function*). Nous avons ainsi séparé les aspects spatiaux, liés principalement à l'atmosphère, des aspects spectraux, propres à l'instrument MUSE et étudié l'impact sur les données de ces différents effets (voir § 6.2). La connaissance de cette PSF étant nécessaire pour certains traitements, en particulier la déconvolution, nous avons proposé (avec R. Bacon du CRAL et É. Anterrieu de l'IRAP) une méthode de **calibration de la PSF spectrale** intégrée, variable spatialement et spectralement, à partir de données de calibration (encadrement du stage de L. Maire [MAI 11]). De même, durant la thèse d'E. Villeneuve que j'ai encadrée, nous avons modélisé la **variation de la PSF spatiale** en fonction de la longueur d'onde (en collaboration avec D. Serre de l'Observatoire de Leiden), et proposé des méthodes d'**estimation** de cette PSF en toute position du cube à partir de l'observation d'une étoile isolée potentiellement très faible (dans le cas d'observations sans correction par optique adaptative).

Concernant la **déconvolution** de données hyperspectrales, il est fondamental d'exploiter les informations *a priori* hyperspectrales sur les objets étudiés et de tenter de les prendre en compte dans les méthodes de déconvolution proposées. Nous avons étudié avec K. Sabri (post-doctorant IRAP) l'utilisation d'**algorithmes gloutons** pour la déconvolution d'objets non résolus, prenant en compte une **parcimonie conjointe** des objets aux différentes longueurs d'ondes, et étendu ces algorithmes au cas de bruit non identiquement distribué et d'objets pouvant avoir des positions subpixelaires (haute résolution spatiale) (voir § 6.3). En collaboration avec S. Bourguignon (post-doctorant OCA), D. Mary et É. Slezack (OCA), nous avons étendu à la déconvolution, les méthodes qu'ils avaient dans un premier temps proposées pour le débruitage de données hyperspectrales exploitant la **parcimonie des spectres** des objets dans un dictionnaire spécifiquement construit pour les objets astrophysiques (voir § 6.4). Enfin, durant la thèse d'E. Villeneuve nous avons proposé des méthodes de déconvolution pour l'étude de la cinématique des galaxies, s'appuyant sur une **modélisation physique** des effets de cette cinématique en chaque pixel spatial des données autour d'une raie d'émission (voir § 6.5). Nous avons également proposé avec N. Bouché (IRAP groupe GAHEC), en particulier en co-encadrant le stage de V. Alvarez [ALV 12], une méthode alternative s'appuyant sur un **modèle paramétrique**, sur l'ensemble des pixels spatiaux, de la cinématique des galaxies.

J'ai également participé, dans le cadre du projet DAHLIA, aux travaux de mes collègues du

groupe SISU de l'IRAP (Y. Deville, S. Hosseini, I. Meganem et A. Selloum) sur des problèmes de séparation aveugle de sources [MEG 11, SEL 13a, SEL 13b, SEL 14]. N'ayant travaillé que de façon marginale sur ces travaux, je ne les détaillerai pas par la suite.



## 6.1 IMAGERIE HYPERSPECTRALE AVEC L'INSTRUMENT MUSE

L'instrument MUSE (*Multi Unit Spectroscopic Explorer*) [BAC 04] est un spectro-imageur 3D opérant dans le visible et proche infra-rouge (465 à 930 nm), destiné à équiper un des foyers du *Very Large Telescope* de Paranal (Chili). L'instrument a été construit par un consortium de sept laboratoires européens dont l'IRAP et le Centre de Recherche Astronomique de Lyon (CRAL, institut pilote) pour la France. Le projet est actuellement dans sa phase finale de test et son exploitation scientifique est prévue à l'automne 2014. Les champs d'étude astrophysique pour un tel instrument sont très larges, allant de l'observation de champs stellaires et d'amas globulaires, aux galaxies lointaines, en passant par les galaxies proches, éventuellement en interactions. Pour cela deux modes opératoires seront disponibles, un mode grand champ ( $1 \times 1$  arcmin<sup>2</sup>) et un mode petit champ ( $7.5 \times 7.5$  arcsec<sup>2</sup>). Des systèmes de correction atmosphérique par optique adaptative de type *Ground Layer Adaptive Optics* pour le mode grand champ et *Laser Tomography* pour le mode petit champ sont en cours de développement. Ces systèmes ne seront pas disponibles durant une première période d'exploitation de l'instrument aussi je me suis concentré sur le traitement et l'analyse de données n'ayant pas été corrigées par un tel système et je me focaliserai donc par la suite sur le mode grand champ sans correction par optique adaptative. Notons qu'un tel système d'optique adaptative retire une bonne partie de l'intérêt des méthodes de déconvolution puisque la limitation principale de la résolution des images acquises au sol est due, pour les grands télescopes, à la turbulence atmosphérique.

L'IRAP est impliquée dans le projet MUSE à la fois sur les aspects instrumentaux (optique d'entrée et contrôle/commande) et pour le développement de méthodes d'analyse et de traitement des données hyperspectrale au travers du projet DAHLIA (*Dedicated Algorithms for Hyperspectral Imaging in Astronomy*) de l'ANR<sup>1</sup>. Bien sûr, cette implication de l'IRAP a pour objectif une exploitation scientifique des données, plus particulièrement en ce qui concerne la physique des galaxies proches et lointaines, par les chercheurs du groupe thématique GAHEC (Galaxies, Astrophysique des Hautes Énergies et Cosmologie).

D'un point de vue instrumental, les données de MUSE ne sont pas acquises directement sous la forme d'un cube hyperspectral avec deux dimensions spatiales et une dimension spectrale ; différents processus viennent perturber l'acquisition depuis l'objet observé jusqu'au cube formé à partir des données, comme schématisé Fig. 6.2. Les premières perturbations viennent de l'atmosphère dont les effets dépendent des conditions d'observations (et seront à terme partiellement corrigés par les systèmes d'optique adaptative). Les perturbations dues au télescope, de grande dimension (8 m), peuvent être négligées par rapport à celles de l'atmosphère. L'acquisition se fait par l'instrument MUSE sur 24 détecteurs CCD. Ce n'est que grâce à une étape logicielle (appelée DRS pour *Data Reduction Software*) [WEI 06], incluant une étape d'interpolation, que les données sont mises sous la forme d'un cube hyperspectral. En ce qui concerne plus particulièrement

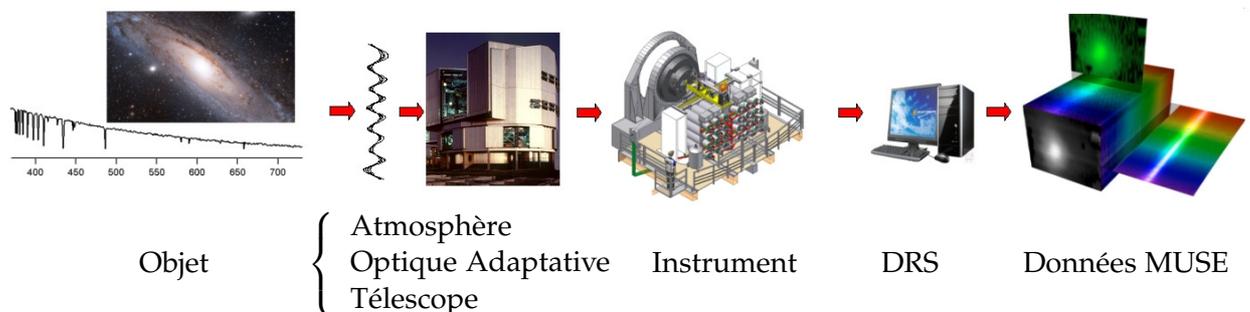


FIG. 6.2 – Schéma de principe de la formation du cube de données à partir des objets observés avec MUSE.

l'instrument MUSE, comme schématisé Fig. 6.3, le faisceau lumineux est divisé en 24 faisceaux,

<sup>1</sup>Projet ANR 08-BLAN-0253-01 pour les années 2009 – 2012, prolongé pour 2013.

chacun étant dirigé vers un spectrographe (appelés IFU pour *Integral Field Unit*) qui effectue une acquisition sur un détecteur CCD de  $4000 \times 4000$  pixels. Les données acquises sur chaque détecteur CCD sont alors organisées suivant une dimension spectrale, et une dimension spatiale, cette dernière balayant les directions horizontales et verticales de l'image suivant le découpage en blocs. Ainsi, il est étonnant de constater que les spectres de deux pixels spatiaux voisins dans le champ de vue peuvent être acquis dans deux zones éloignées d'un même détecteur CCD, voire par deux détecteurs CCD différents.

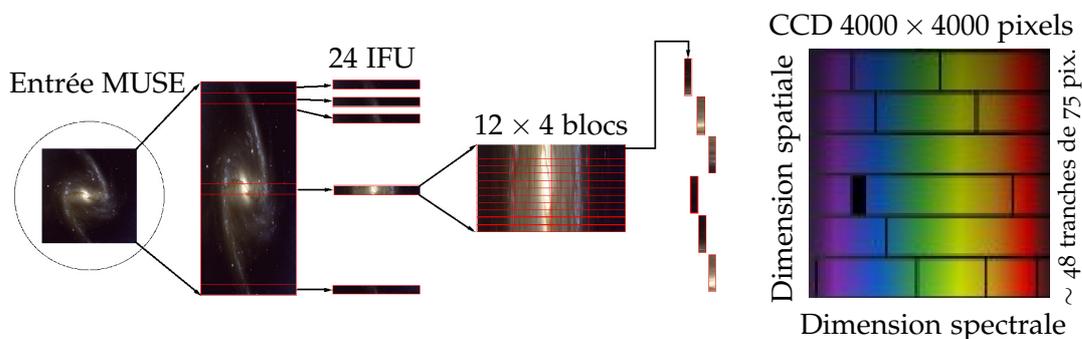


FIG. 6.3 – Schéma de principe de l'acquisition sur les CCD de l'instrument MUSE (d'après P. Boehm, AIP, 2006).

Il est fondamental de bien comprendre tous les phénomènes intervenant lors de la formation des données et d'en avoir un modèle approché le plus fidèle possible afin de les prendre en compte dans les méthodes de traitement et d'analyse des données. Aussi, nous nous sommes investis dans cette étude ainsi qu'au développement de méthodes de calibration et d'estimation de la réponse de l'ensemble de la chaîne d'acquisition, qui seront présentées § 6.2. Une bonne approximation de cette réponse instrumentale est particulièrement importante pour la déconvolution [JOL 08].

En parallèle, nous nous sommes intéressés à différents problèmes de déconvolution d'images hyperspectrales, liés à différentes problématiques astrophysiques. La déconvolution étant un problème mal posé, il est indispensable pour le résoudre de prendre en compte des informations *a priori* sur les objets étudiés. En particulier pour la déconvolution d'images hyperspectrales, ces informations *a priori* peuvent porter sur des aspects uniquement spatiaux, spectraux, ou réellement tri-dimensionnels. Nous avons considéré dans nos travaux, trois types de problèmes d'analyse de données hyperspectrales en astrophysique pouvant tirer profit d'une déconvolution des données de MUSE :

- le cas de l'observation d'objets non résolus (étoiles ou galaxies lointaines), pouvant être considérés ponctuels spatialement et de spectre quelconque (voir § 6.3) ;
- le cas d'objets étendus ou non spatialement, dont le spectre, variable spatialement principalement en amplitude, peut être approximé par une combinaison élémentaire de quelques formes simples telles que des raies gaussiennes de largeurs variables, des échelons pour des sauts dans le spectre, et un continuum basse fréquence (voir § 6.4) ;
- le cas de l'analyse de la cinématique des galaxies, où l'étude se fait généralement autour de raies d'émission contenues dans le cube ; la cinématique se traduisant par une amplitude, un déplacement et un élargissement de cette raie, pour lesquels des modèles peuvent-être pris en compte (voir § 6.5).

La difficulté du traitement et de l'analyse de telles données hyperspectrales en général, et de la déconvolution en particulier, est amplifiée par le faible rapport signal sur bruit et le fait que le bruit ne peut-être considéré blanc, car non identiquement distribué. En effet, le bruit est essentiellement un bruit de comptage sur le détecteur CCD, de type bruit de Poisson, qui peut être approximé par un bruit gaussien étant donné le fort flux mesuré (observations d'une durée de 10 minutes à une heure), mais dont la variance dépend du flux intégré sur le pixel. Notons

enfin que l'on peut envisager de traiter et d'analyser les données directement obtenues sur les CCD, sans interpolation sous la forme d'un cube hyperspectral par le DRS, comme cela est prévu pour la fusion de données (voir par exemple [JAL 11]), aussi nous avons prévu l'estimation de la PSF directement à partir de telles données (voir § 6.2). Cependant la mise en œuvre, directement à partir de ces données, des méthodes de déconvolution que nous avons proposées serait beaucoup plus délicate qu'à partir du cube hyperspectral.

## 6.2 MODÉLISATION ET ESTIMATION DE LA PSF HYPERSPECTRALE DE MUSE

Un moyen de caractériser la chaîne instrumentale est de déterminer sa PSF (fonction d'étalement d'un point ou *Point Spread Function*)  $h_{p,\mu}(s, \lambda)$ . Elle correspond à l'image hyperspectrale suivant les coordonnées spatiales  $s$  et spectrale  $\lambda$  d'un objet ponctuel (spatialement et spectralement) positionné en  $p$  à la longueur d'onde  $\mu$ . Contrairement à bien des instruments, en particulier à la plupart de ceux considérés en traitement du signal, cette PSF n'est pas invariante par translation spatiale et spectrale, aussi, ce n'est pas à proprement parler la réponse impulsionnelle d'un filtre. Les données non bruitées ne correspondent donc pas à une convolution de l'objet imagé, mais à une composition suivant l'opérateur :

$$y(s, \lambda) = x \otimes h(s, \lambda) = \iint x(p, \mu) h_{p,\mu}(s, \lambda) dp d\mu.$$

Sans hypothèses supplémentaires, la détermination de la PSF  $h_{p,\mu}(s, \lambda)$  pour toute position  $(p, \mu)$  dans le cube est impossible, d'autant plus qu'elle varie pour chaque jeu de données en fonction des conditions d'observations (effets de l'atmosphère). Aussi, nous avons étudié quelles hypothèses simplificatrices, tout en restant réalistes, pouvaient être effectuées dans le cas de MUSE. Nous avons proposé une modélisation simple de cette PSF, dans le cas du mode grand champ sans correction de l'atmosphère par optique adaptative, ainsi qu'une méthodologie pour estimer les paramètres du modèle de PSF à partir d'observations. Après étude des effets des différents composants de la chaîne d'acquisition [CAR 12], nous avons proposé une modélisation de la PSF s'appuyant sur une séparation des effets de l'étalement spatial, principalement dû à l'atmosphère, et de l'étalement spectral, effectué par l'instrument. Les PSF correspondantes sont appelées respectivement FSF (pour *Field Spread Function*) et LSF (pour *Line Spread Function*). La FSF peut-être considérée constante dans le champ et lentement variable spectralement, tandis que la LSF peut varier brusquement spatialement (dû au découpage spatial entre deux IFU ou au sein même d'un IFU), tout en étant lentement variable spectralement. Seule la FSF dépend des conditions d'observations et doit donc être estimée à partir des données, tandis que la LSF peut-être calibrée une fois pour toutes, à partir de données mesurées avec l'instrument. Notons que la séparation des effets spatiaux et spectraux ne donne pas une PSF séparable telle qu'on l'entend mathématiquement à savoir :  $h_{p,\mu}(s, \lambda) = F_{p,\mu}(s) L_{p,\mu}(\lambda)$  (avec la FSF  $F$  et la LSF  $L$ ). En effet, une modélisation plus rigoureuse de la chaîne d'acquisition conduit à :  $h_{p,\mu}(s, \lambda) = F_{p,\mu}(s) L_{s,\mu}(\lambda)$  (noter la différence avec  $s$  au lieu de  $p$  dans l'indice de la LSF). La séparabilité au sens mathématique est plus facile à exploiter dans certaines situations, en particulier pour la séparation aveugle de source [MEG 11, SEL 13a, SEL 13b], le débruitage [BOU 10, BOU 11d] et la déconvolution d'images [BOU 11b, BOU 11a, SAB 14], car l'on peut échanger l'ordre des effets spatiaux et spectraux. Mais cette séparabilité doit alors être considérée comme une approximation dont la validité mériterait d'être étudiée en pratique.

Je vais maintenant présenter une synthèse sur les modèles et méthodes d'estimation de la FSF et de calibration de la LSF que nous avons proposés.

### 6.2.1 Modélisation et estimation de la FSF

Sans correction par un système d'optique adaptative, l'étalement spatial est principalement dû aux perturbations atmosphériques. De ce fait, la FSF ne varie pas spatialement, mais elle est différente à chaque longueur d'onde. Dans le cas de temps de pose suffisamment longs (les poses effectuées avec MUSE dureront typiquement plus de 10 min.), il existe des modèles asymptotiques pour la FSF de l'atmosphère (par l'intermédiaire de sa transformée de Fourier, appelée fonction de transfert optique) valable à chaque longueur d'onde, par exemple les modèles de Kolmogorov [KOL 91] et de Von Karman [TOK 02]. De même, la FSF du télescope peut être prise en compte à l'aide de modèles numériques. Néanmoins, par soucis de simplification (à la fois pour la manipulation de la FSF et l'estimation de ses paramètres) nous avons choisi d'approximer la FSF de l'ensemble de la chaîne d'acquisition par un modèle analytique simplifié dépendant de peu de paramètres : une fonction de Moffat [MOF 69] circulaire  $M_{\alpha,\beta}(\mathbf{p}) = \left[1 + \frac{|\mathbf{p}|^2}{\alpha^2}\right]^{-\beta}$  avec un paramètre d'échelle  $\alpha$  et un paramètre de forme  $\beta$  (qui s'est révélée plus pertinente qu'une simple gaussienne comme illustré Fig. 6.4). A partir de simulations de FSF de l'atmosphère et du télescope dans des conditions d'observations typiques pour MUSE, nous avons étudié la variation de ces paramètres en fonction de la longueur d'onde et montré qu'une approximation affine (ou en loi de puissance) suffisait à obtenir une très bonne approximation (erreur maximale pour toutes les longueurs d'ondes de l'ordre de quelques pourcents, voir [SER 10] et la thèse d'E. Villedeneuve [VIL 12b, Chap. 2]), comme illustré Fig. 6.4. Ainsi, nous disposons d'un modèle de FSF dans tous le cube dépendant d'un faible nombre de paramètres (typiquement les coefficients de variation affine de  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de  $\lambda$ ).

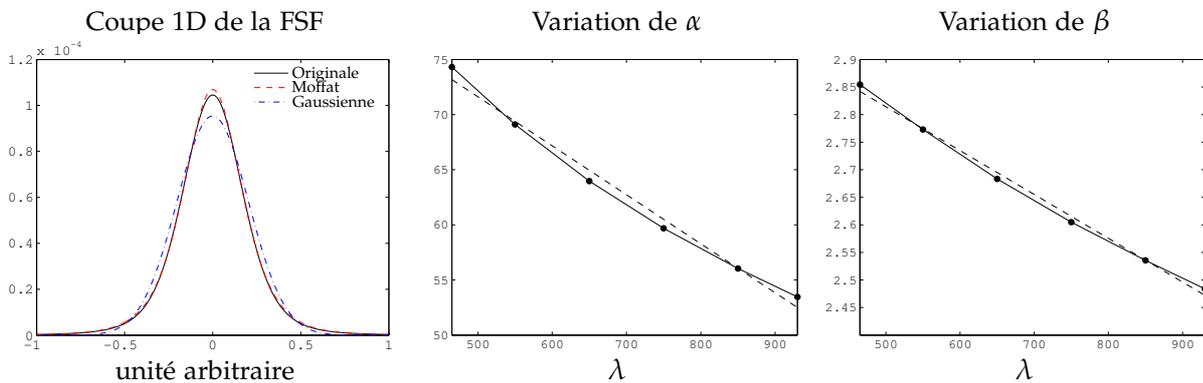


FIG. 6.4 – Coupe 1D de la FSF à une longueur d'onde et de son approximation par une fonction de Moffat et une gaussienne et illustration, sur une configuration atmosphérique typique, de la variation des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  de la fonction de Moffat approximant au mieux la FSF de l'atmosphère et du télescope en fonction de la longueur d'onde.

Malheureusement, les conditions atmosphériques varient pour chaque observation et les paramètres du modèle ne peuvent pas être calibrés et doivent être estimés à partir des données, par exemple sur une partie du cube contenant une étoile (ou une galaxie non résolue) isolée. Les difficultés principales pour une telle estimation viennent du faible rapport signal sur bruit, du fait que l'on ne connaît pas précisément la position de l'étoile et que son spectre est inconnu, ces inconnues étant alors considérées comme des paramètres de nuisance pour l'estimation de la FSF [VIL 12b, Chap. 3]. La FSF étant lentement variable spectralement, il est possible de travailler sur un cube de données sommé spectralement dans des bandes spectrales (*spectral binning*). Cela permet à la fois d'augmenter le rapport signal sur bruit, de réduire la dimension spectrale du cube considéré et le nombre de paramètres de nuisance (spectre de l'étoile) ainsi que d'améliorer l'estimation de la variance du bruit.

Nous avons abordé le problème de l'estimation jointe des paramètres de la FSF, de la position

et du spectre de l'étoile par maximum de vraisemblance, moyennant une approximation additive gaussienne (non identiquement distribuée) du bruit, valable dans le cas de longues poses. Le calcul de l'estimateur nécessite alors la minimisation du critère :

$$J(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{p}_0, \{s(\lambda)\}_\lambda) = \sum_{\mathbf{p}, \lambda} \frac{\left( \mathbf{d}(\mathbf{p}, \lambda) - s(\lambda) M_{\alpha(\boldsymbol{\theta}, \lambda), \beta(\boldsymbol{\theta}, \lambda)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0) \right)^2}{\sigma^2(\mathbf{p}, \lambda)},$$

où  $\boldsymbol{\theta}$  contient les paramètres des modèles de variation de  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de la longueur d'onde;  $\mathbf{p}_0$  et  $\{s(\lambda)\}_\lambda$  correspondant à la position (considérée identique à toutes les longueurs d'ondes) et au spectre de l'étoile. Notons que l'on ne dispose pas exactement de la variance  $\sigma^2(\mathbf{p}, \lambda)$  du bruit mais une d'estimation grossière (sur une réalisation d'une loi de Poisson de ce bruit) qui est de ce fait améliorée par la sommation spectrale.

L'optimisation de ce critère peut être effectuée, soit par une minimisation alternée (critère quadratique et indépendant à chaque longueur d'onde vis-à-vis du spectre de l'étoile) [VIL 11b, VIL 11a], soit en intégrant le spectre estimé par moindres carrés dans le critère à minimiser [VIL 12b, Chap. 3]. Bien sûr, le critère à minimiser est fortement non convexe (vis-à-vis des paramètres  $\boldsymbol{\theta}$  de la FSF et  $\mathbf{p}_0$  de la position de l'étoile) et l'initialisation pour ces paramètres doit être pertinente, lorsqu'on utilise un algorithme d'optimisation locale, afin que la solution obtenue ne corresponde pas à un minimum local non satisfaisant. Pour éviter ce genre de désagrément, nous avons également proposé l'exploitation d'une méthode de Monte-Carlo par chaîne de Markov (MCMC) [VIL 12b, Chap. 3], dans un cadre Bayésien avec des *a priori* peu informatifs sur les paramètres.

Comme illustré Fig. 6.5, la modélisation hyperspectrale de la FSF, associée aux schémas d'estimation proposés, améliorent fortement la qualité d'estimation de la FSF par rapport à une estimation indépendante à chaque longueur d'onde (même après un moyennage spectral), en particulier lorsque l'étoile à disposition est faiblement brillante (rapport signal sur bruit faible).

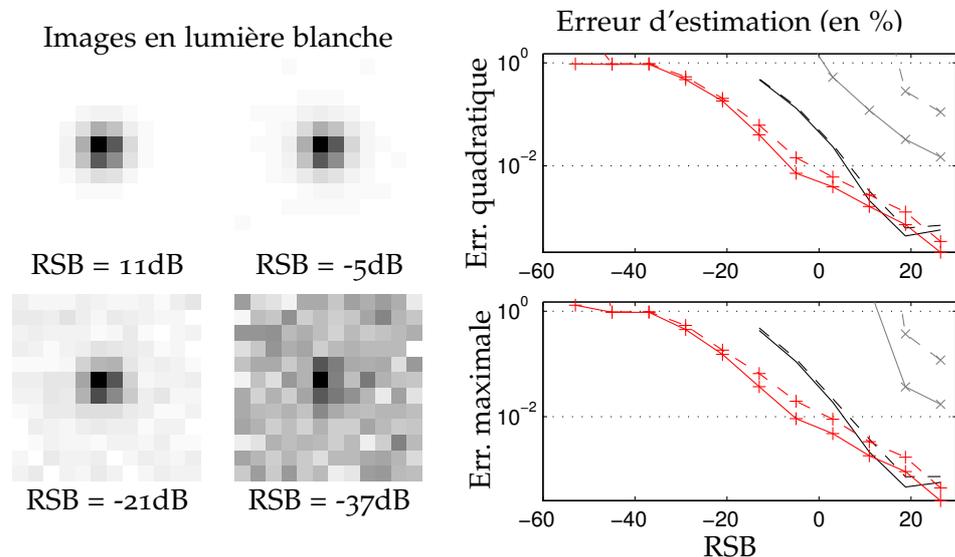


FIG. 6.5 – Illustration de l'estimation de la FSF à partir de cubes de données hyperspectrales. A gauche : Images intégrées sur les 4000 longueurs d'ondes pour différents rapports signal sur bruit (RSB en dB correspondant à l'observation durant 20 minutes d'étoiles de magnitudes respectives 20, 22, 24 et 26). A droite : erreur quadratique moyenne et erreur maximale moyenne (en %) d'estimation de la FSF en fonction du RSB pour une estimation indépendante à chaque longueur d'onde (en gris), en exploitant le modèle de variation de la FSF (en noir) puis en exploitant le modèle de variation de la FSF après moyennage spectral du cube sur 40 longueurs d'ondes (en rouge); moyenne des erreurs à chaque longueur d'onde en trait plein et erreurs maximales sur l'ensemble des longueurs d'ondes en pointillé.

Notons qu'une telle méthodologie peut également être exploitée pour estimer la FSF à partir des données traitées par le DRS, mais avant l'étape d'interpolation finale. Cela permet ainsi que cette estimation ne soit pas perturbée par cette étape délicate et fournit une estimation de la FSF exploitable pour toutes les méthodes de traitement et d'analyse utilisant ces données non interpolées (par exemple pour la fusion de données). Dans ce cas, les données sont stockées sous forme d'une table des pixels (*PixTable*), contenant pour chaque pixel de chaque CCD ses positions spatiales et spectrale, irrégulièrement échantillonnées, ainsi que la valeur mesurée et la variance du bruit estimée sur ce pixel. Afin de ne pas avoir à travailler avec l'ensemble de cette *PixTable*, et d'utiliser la même procédure d'estimation de la FSF que celle utilisée sur le cube, on procède à un *binning* spatial, pour lequel les données sont sommées dans des pixels artificiels, avec un pas d'échantillonnage plus fin que le pas d'échantillonnage de MUSE (cela correspond donc à une interpolation aux plus proches voisins, mais avec un pas d'échantillonnage plus fin que celui du cube). On procède également à une sommation spectrale de la valeur mesurée (on procède de même pour sa variance) par intervalle de longueur d'onde (*binning* spectral) afin de réduire le rapport signal sur bruit, comme dans le cas où l'on exploite les données du cube. Les données sont ainsi stockées dans un cube (dont certaines cases sont vides) et l'on peut procéder de la même façon pour l'estimation de la FSF qu'à partir du cube de données. De telles données et résultats d'estimation sont illustrés Fig. 6.6.

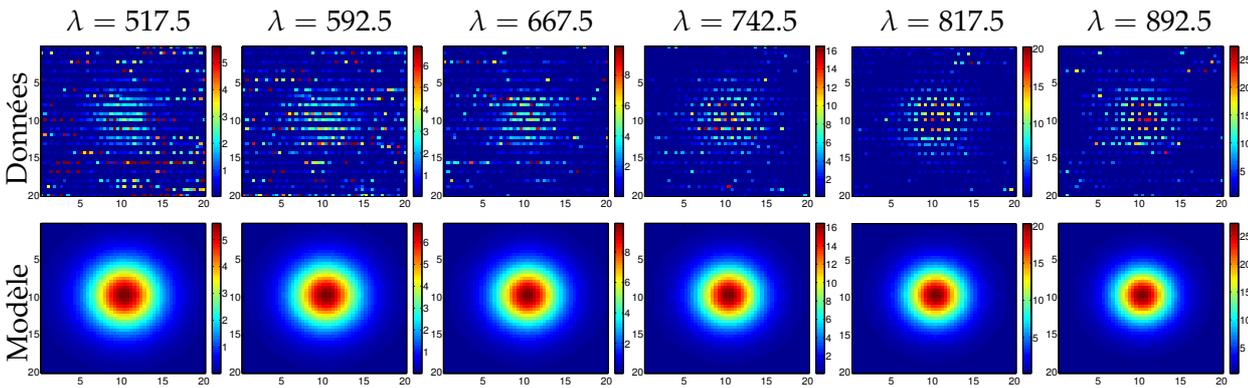


FIG. 6.6 – Illustration de l'estimation de la FSF à partir de données sous forme de *PixTable* : données de la *PixTable* sommées spectralement, sur 6 intervalles de longueurs d'onde, et spatialement à un échantillonnage 2,5 fois plus fin que l'échantillonnage de MUSE (haut) ; modèle de FSF reconstruit à partir des paramètres estimés (bas).

Enfin, avec C. Parisel (Ingénieure IRAP), nous avons développé, à partir des méthodes précédentes, une suite logicielle en langage Python permettant d'estimer la FSF à partir des cubes de données (après interpolation) ou à partir des tables de données (sans interpolation) qui seront fournis par le DRS à partir des observations de MUSE. Cette suite logicielle est disponible au consortium MUSE dans la chaîne de traitement des données réelles de MUSE MPDAF <sup>2</sup>.

Nous avons également abordé l'étude de la modélisation de la FSF dans le cas d'une correction de l'atmosphère par optique adaptative (voir [SER 10] et [VIL 12b, Chap. 3]). Une bonne approximation de cette FSF nécessite de prendre en compte un modèle de FSF variable dans le champ et l'estimation des paramètres nécessiterait alors la présence de plusieurs étoiles dans le champ.

<sup>2</sup>MPDAF (*MUSE Python Data Analysis Framework*) est un ensemble de programmes développés en Python dans le cadre du consortium MUSE pour manipuler les données obtenues par cet instrument. Les programmes correspondant aux méthodes présentées dans cette section forment le *package* FSFModel de MPDAF : <http://urania1.univ-lyon1.fr/mpdaf/wiki/FsfModelWiki>.

### 6.2.2 Modélisation et calibration de la LSF

La dimension spectrale des données est obtenue dans l'instrument MUSE par les spectrographes (IFU). Strictement parlant, il n'y a pas uniquement un étalement spectral dans l'instrument, et donc une LSF, mais un étalement à la fois spatial et spectral sur les CCD (2D avec une dimension spatiale et une dimension spectrale). On peut d'ailleurs constater, comme illustré Fig. 6.7, que cette PSF 2D de l'instrument varie fortement dans le champ et en fonction de la longueur d'onde, même au sein d'un même IFU. Ces PSF peuvent être supposées constantes

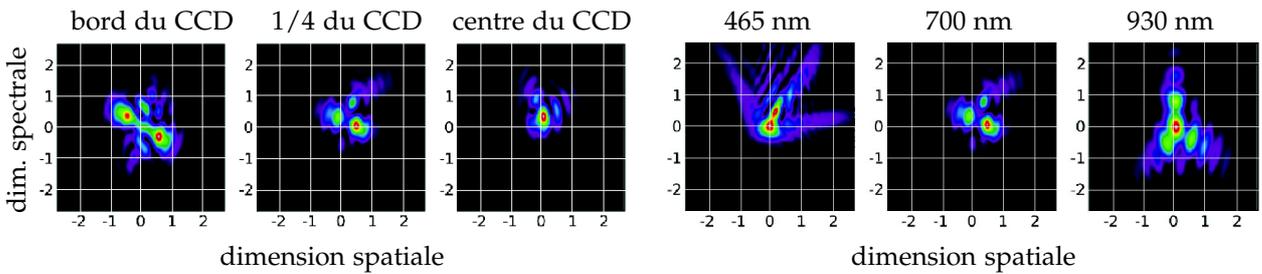


FIG. 6.7 – Exemples de PSF 2D (en échelle logarithmique) de l'instrument MUSE (extraits à haute résolution correspondant à une image de  $6 \times 6$  pixels) générées par le simulateur numérique développé par A. Jarno [JAR 08] pour différentes positions spatiales et différentes longueurs d'ondes sur un même CCD.

dans le temps, mais il paraît cependant illusoire d'effectuer une calibration de l'ensemble des ces PSF ( $300 \times 300 \times 4000 = 360$  millions de PSF), ce qui serait de toute façon inexploitable dans les méthodes de traitement. Il est aisé en revanche d'effectuer des observations d'un champ constant spatialement avec des lampes ayant un spectre de raies d'émission, ce qui donne pour chaque position un certain nombre (correspondant au nombre de raies) de ces PSF intégrées spatialement [BAC 09]. Étant donné, d'une part, qu'aucun objet ponctuel spatialement ne sera observé directement par l'instrument puisque les observations auront subi la FSF de l'atmosphère; d'autre part, que la FSF de l'atmosphère est grande (du moins sans correction par optique adaptative) comparée à l'étalement spatial produit par l'instrument (généralement limité à deux pixels); on peut considérer que cette FSF de l'instrument intégrée spatialement constitue une bonne approximation de la LSF.

R. Bacon a proposé de calibrer la LSF à partir de telles observations en exploitant un modèle analytique [BAC 09]. Partant de ces travaux, nous avons proposé un modèle analytique de LSF, basé sur une gaussienne convoluée par une porte (fente du spectroscopie) et intégrée sur un pixel, avec des paramètres variables par morceaux spatialement (chaque morceau correspondant à une tranche des données issues du découpage en bloc) et lentement variable spectralement, typiquement de façon polynomiale. Nous avons également proposé une stratégie d'estimation des paramètres de ce modèle [CAR 09, MAI 11]. Ainsi, nous avons développé un logiciel prototype permettant d'estimer les paramètres de la LSF en toute position du CCD à partir de données de calibration. De très bons résultats ont été obtenus sur des données de calibration, comme illustré Fig. 6.8 : des erreurs de prédiction (prédiction de la LSF sur des raies non utilisées pour la calibration) de l'ordre de 2% sont obtenues sur le CCD hormis aux petites et aux grandes longueurs d'ondes (bleu et proche infra-rouge) où cette erreur peut atteindre 4 à 5%. Une telle méthodologie a été utilisée avec succès sur plusieurs IFU pour lesquels nous disposons de telles poses de calibration.

Notons que nous avons mis en avant lors de cette étude un léger sous échantillonnage spectral de l'instrument MUSE [CAR 12] ce qui pourra poser des problèmes pour le traitement et l'analyse des données réelles. Un tel sous-échantillonnage nous pousse, lorsque c'est possible à développer des méthodes utilisant les données avant interpolation par le DRS, ce qui est envisa-

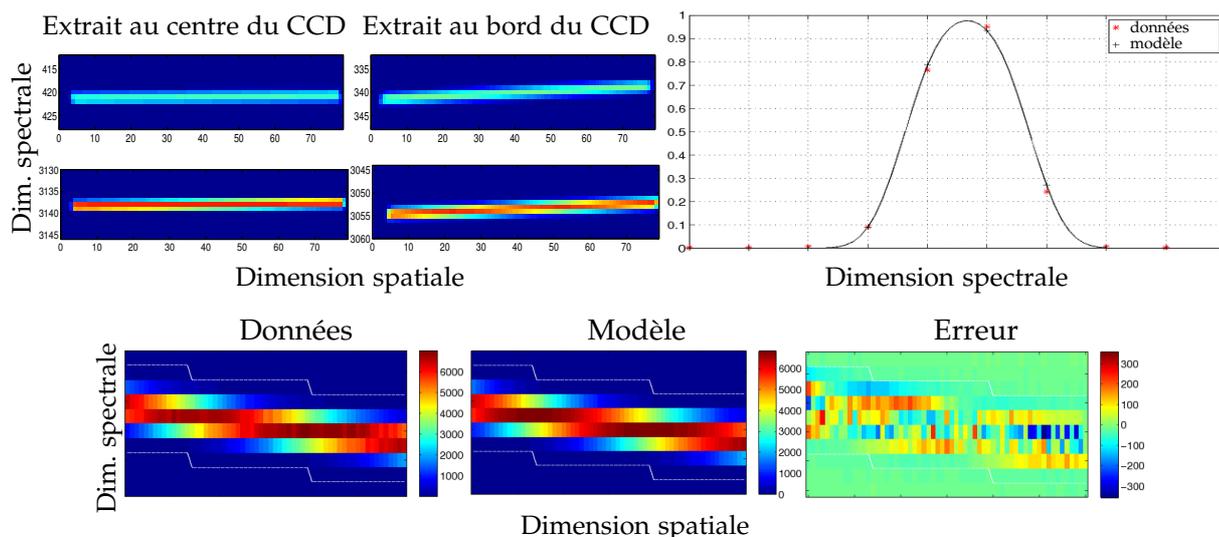


FIG. 6.8 – Illustration de la calibration de la LSF. En haut à gauche : exemples de données de calibrations de l'ILSF (extraits de  $15 \times 80$  pixels du CCD autour de 4 raies spectrales situées en différentes positions du CCD). En haut à droite : données et modèle d'ILSF calibré autour d'une raie (le long d'une colonne). En bas : exemple de prédiction d'une raie (extraits de  $10 \times 60$  pixels du CCD des données, du modèle prédit et de l'erreur de prédiction autour d'une raie non utilisée pour l'estimation des paramètres du modèle).

geable pour l'estimation de la FSF comme vu § 6.2.1, la fusion de données hyperspectrales (voir par exemple [JAL 11]) et la déconvolution pour la cinématique des galaxies (voir § 6.5).

### 6.3 ALGORITHMES GLOUTONS POUR LA DÉCONVOLUTION IMPULSIONNELLE À HAUTE RÉOLUTION DE DONNÉES HYPERSPECTRALES

Avec K. Sabri (post-doctorant IRAP), nous avons étudié le problème de la détection et estimation du spectre d'objets non résolus (étoiles ou galaxie lointaine) du point de vue de la déconvolution impulsionnelle de données hyperspectrales. Pour cela nous avons proposé de prendre en compte l'information *a priori* hyperspectrale de l'objet en exploitant le principe de parcimonie conjointe (*joint sparse approximation* ou *simultaneous sparse approximation*) et des algorithmes gloutons pour calculer la solution.

Les objets étant non résolus spatialement, les données sont assimilables à des impulsions spatiales ayant pour amplitude à chaque longueur d'onde le spectre correspondant de l'objet, le tout convolué par la PSF 3D instrumentale. Un tel jeu de données est illustré Fig. 6.9. Ces objets sont donc parcimonieux spatialement, par nature, et les observations correspondantes restent parcimonieuses si l'on considère pour dictionnaire<sup>3</sup> les PSF décalées sur chacun des pixels. Pour des données hyperspectrales, la présence des objets à différentes longueurs d'onde pousse naturellement à exploiter le principe de parcimonie conjointe : on cherche à représenter les données comme une combinaison linéaire d'un faible nombre d'objets ponctuels spatialement, ayant la même position à toutes les longueurs d'onde quelle que soit la richesse de leur contenu fréquentiel. Nous supposons pour cela que la PSF est séparable en une FSF et une LSF, et que l'on s'intéresse uniquement à améliorer la résolution spatiale, aussi nous prendrons en compte uniquement l'effet de la convolution spatiale par la FSF. Si l'on écrit  $\mathbf{y}_m$  le vecteur colonne de l'image observée à la  $m$ ème longueur d'onde,  $\mathbf{x}_m$  celui de l'image parcimonieuse à estimer cor-

<sup>3</sup>Rappelons que les notions relatives à la parcimonie ont déjà été présentée Chap. 3 (page 33) dans le cadre de l'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés.

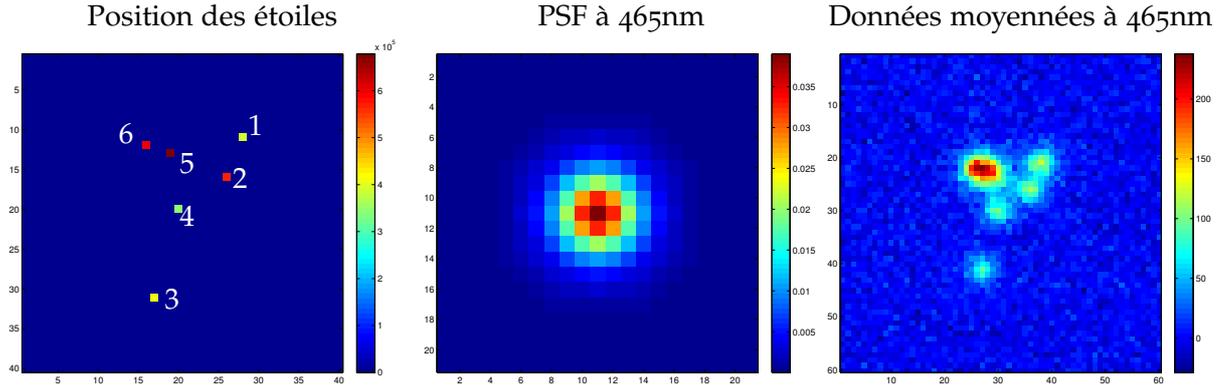


FIG. 6.9 – Illustration d'un jeu de données pour la déconvolution impulsionnelle hyperspectrale : position des étoiles, PSF à une longueur d'onde et données moyennées sur une centaine de longueur d'onde. La difficulté principale de ce jeu de données provient de la proximité spatiale des étoiles 5 et 6.

respondante (l'ensemble de ces vecteurs étant rangé dans la matrice  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_M]$ ) et  $\Phi_m$  la matrice modélisant la convolution par la FSF à cette longueur d'onde, la généralisation du problème d'approximation parcimonieuse (Eq. (3.3) page 33) à celui d'approximation parcimonieuse conjointe s'écrit :

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{X}\|_{\infty,0} \text{ tel que } \sum_m \|\mathbf{y}_m - \Phi_m \mathbf{x}_m\|^2 \leq \tau \quad (6.1)$$

avec pour définition générale de la norme mixte  $\ell_{p,q}$  :  $\|\mathbf{X}\|_{p,q} = \left( \sum_k (\sum_m |\mathbf{X}_{k,m}|^p)^{\frac{q}{p}} \right)^{\frac{1}{q}}$  (voir par exemple [KOW 09]), et comme cas particulier  $\|\mathbf{X}\|_{\infty,0} = \text{Card}\{k | \max_m |\mathbf{x}_m|_k| \neq 0\}$  qui correspond donc au nombre d'objets ponctuels spatialement. L'intérêt de la mesure de parcimonie conjointe à l'aide de cette norme mixte, par rapport à la parcimonie usuelle, est de privilégier un faible nombre d'objets ponctuels spatialement, des amplitudes non nulles aux différentes longueurs d'ondes en une même position spatiale étant favorisées, comme illustré Fig. 6.10.

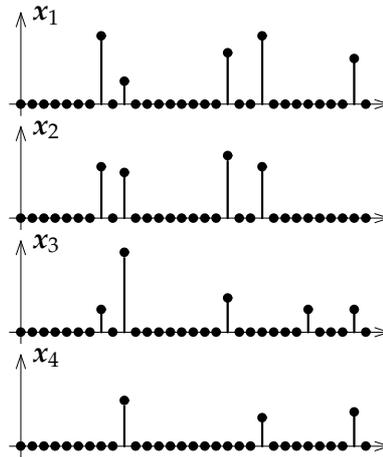


FIG. 6.10 – Norme Mixte d'une matrice  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, x_3, x_4]$  : selon les notations adoptées pour la norme  $\ell_0$  et les normes mixtes  $\ell_{p,q}$ , on vérifie aisément sur cette illustration simple, que  $\|\mathbf{x}_1\|_0 = 5$ ,  $\|\mathbf{x}_2\|_0 = 4$ ,  $\|\mathbf{x}_3\|_0 = 5$ ,  $\|\mathbf{x}_4\|_0 = 3$  et que  $\|\mathbf{X}\|_{0,0} = 17$  alors que  $\|\mathbf{X}\|_{\infty,0} = 6$ . Cette dernière fournit bien une mesure de la parcimonie conjointe des signaux  $\{\mathbf{x}_k\}_k$  alors que  $\ell_{0,0}$  fournit une mesure de la parcimonie des  $x_m$  indépendamment les un des autres.

Comme pour le cas de l'approximation parcimonieuse, la résolution exacte de ce problème nécessite l'exploration de toutes les combinaisons possibles d'éléments non nuls de  $\mathbf{X}$  et ne peut être calculée en pratique. Les deux alternatives de l'approximation parcimonieuse ont alors été

généralisées pour la parcimonie conjointe : l'approche gloutonne (voir par exemple [COT 05] et [TRO 06b]) et l'approche par relaxation (voir par exemple [COT 05, TRO 06a] et [KOW 09]). En particulier, les algorithmes gloutons de type *Matching Pursuit* (MP), *Orthogonal Matching Pursuit* (OMP), *Orthogonal Least Square* (OLS) et *Single Best Replacement* (SBR), déjà brièvement présentés § 3.2.2 (page 35), ont été généralisés au cas de la parcimonie conjointe (voir par exemple [COT 05, TRO 06b] et [DUA 09]).

Dans le cadre de la déconvolution impulsionnelle de données hyperspectrales nous nous sommes focalisés sur l'approche gloutonne [SAB 14]. Nos travaux ont consisté dans un premier temps à étudier une mise en œuvre efficace de ces algorithmes pour la déconvolution, c'est-à-dire en évitant de construire les matrices  $\Phi_m$  et en calculant tous les produits matriciels nécessaires aux différents algorithmes par convolution. En effet, vue la masse de données disponibles (images de taille  $300 \times 300$  pixels à près de 4000 longueurs d'ondes), on ne souhaite pas stocker les matrices  $\Phi_m$ , dont la structure est Toeplitz-bloc Toeplitz, mais tirer parti de cette structure lors de la mise en œuvre des algorithmes.

D'un point de vue théorique, aucun de ces algorithmes ne garantit de retrouver la meilleure approximation parcimonieuse dans le cadre de la déconvolution. En effet, comme dans le cadre de l'analyse spectrale (§ 3.2.1), la cohérence mutuelle du dictionnaire est élevée (elle correspond au maximum – hormis en zéro – de l'autocorrélation de la PSF), typiquement supérieur à  $\frac{1}{2}$ , la condition suffisante pour obtenir la meilleure approximation s'appuyant sur une faible cohérence mutuelle n'est donc satisfaite que dans le cas d'un unique objet. De plus, les autres conditions suffisantes exploitables dans un cadre général d'approximation parcimonieuse ne peuvent être vérifiées en pratique. Notons que pour la déconvolution impulsionnelle, des conditions suffisantes spécifiques ont été établies [DOS 05], liées à la distance minimale entre deux objets ponctuels, ce qui n'est pas d'un très grand intérêt en terme de déconvolution et ces conditions ne sont pas satisfaites dans les simulations que nous avons effectuées. Aussi, une comparaison des algorithmes sur la base de simulations est-elle importante afin de comprendre l'intérêt de leur utilisation dans ce cadre particulier. Pour cela, nous avons considéré un même test d'arrêt pour tous les algorithmes correspondant à  $\sum_m \|\mathbf{y}_m - \Phi_m \mathbf{x}_m\|^2 \leq \tau$  avec  $\tau$  réglé de façon à ne pas pouvoir distinguer les résidus  $\mathbf{y}_m - \Phi_m \mathbf{x}_m$  de bruit gaussien avec une probabilité de 95% (loi du  $\chi^2$ ). Ainsi, nous avons illustré le fait que, dans ce cadre, les algorithmes de type MP et OMP, c'est-à-dire effectuant l'étape de sélection par une corrélation entre les résidus et la FSF (filtre adapté), produisaient de nombreuses mauvaises détections et que seuls les algorithmes OLS et SBR, ayant un coût de calcul beaucoup plus élevés, permettaient une bonne détection, avec un avantage pour le SBR qui a la possibilité de supprimer un objet détecté dans une itération précédente. De tels phénomènes sont illustrés dans un cadre idéal Fig. 6.11. Notons que nous avons travaillé sur la comparaison des différentes approches pour l'approximation parcimonieuse (algorithmes gloutons, relaxation convexe et modélisation Bernoulli-Gaussienne) dans le cadre de la déconvolution impulsionnelle à une dimension [BOU 11c] (voir § 3.4, page 45) et que nos conclusions concernant les algorithmes gloutons se rejoignent.

Ensuite nous avons généralisé ces algorithmes et proposé une mise en œuvre efficace pour le cas de la déconvolution impulsionnelle de données hyperspectrales en astrophysique. Pour cela, deux évolutions ont été proposées.

Dans un premier temps, il a été nécessaire de pouvoir prendre en compte un bruit indépendant gaussien, mais non identiquement distribué (i.d.), comme c'est le cas pour des données hyperspectrales de type MUSE. Si la prise en compte de la matrice de covariance dans la vraisemblance gaussienne, qui se ramène à l'utilisation de la norme  $\|\cdot\|_{\Sigma}^2$  (avec  $\Sigma$  l'inverse de la matrice de covariance du bruit et  $\|\mathbf{y}\|_{\Sigma}^2 = \mathbf{y}^T \Sigma \mathbf{y}$ ) à la place de  $\|\cdot\|^2$  dans (6.1), ne pose pas de problème d'un point de vue théorique, il n'en est pas de même d'un point de vue algorithmique si l'on ne souhaite pas construire les matrices correspondant aux dictionnaires (à chaque longueur d'onde). Aussi, la prise en compte d'un bruit non blanc dans les algorithmes gloutons implique une aug-

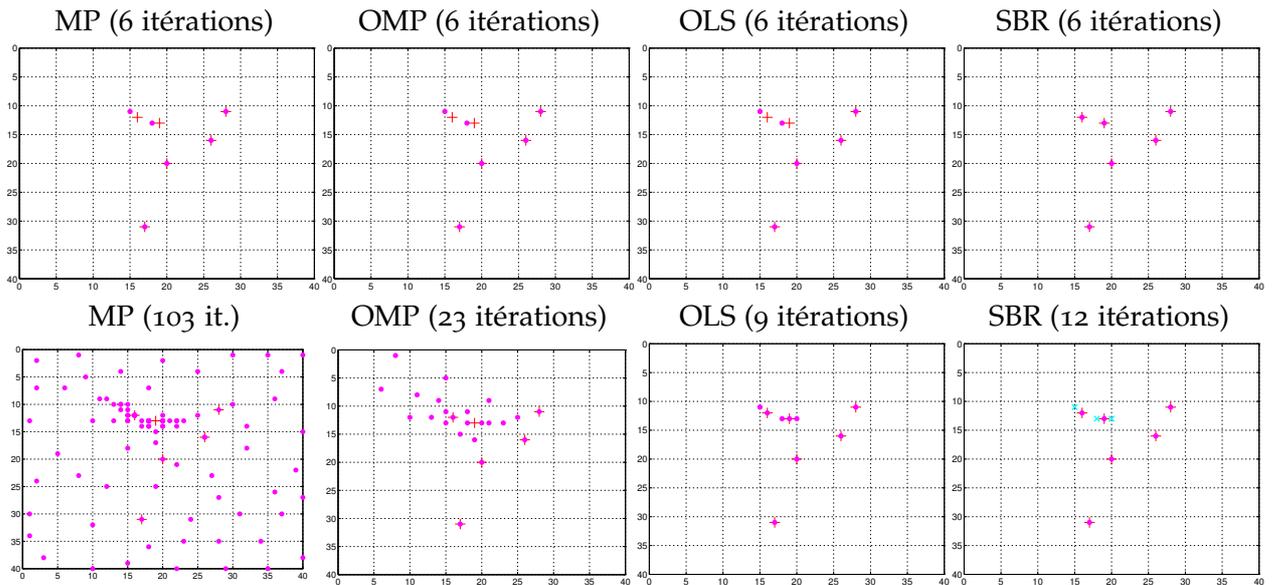


FIG. 6.11 – Résultats des algorithmes MP, OMP, OLS et SBR pour de la déconvolution impulsionnelle hyperspectrale dans un cadre idéal : 6 objets aux centres des pixels et bruit blanc. Position des objets non résolus (+) et des objets détectés (•) après 6 itérations des algorithmes (figures du haut) et après convergence (figures du bas). Pour le SBR, les objets initialement détectés mais finalement supprimés sont également indiqués (x).

mentation du coût de calcul.

Ensuite, il s'est avéré nécessaire d'étendre les dictionnaires afin de réduire une erreur dans la modélisation des données. En effet, les objets non résolus ne sont pas tous positionnés au centre des pixels mais potentiellement avec un décalage subpixelaire. De ce fait, leur détection et estimation avec des PSF décalées spatialement d'un nombre entier de pixels ne permet pas une approximation suffisamment précise des données. Aussi, nous avons proposé, pour prendre en compte des positions subpixelaires des objets, de considérer pour modèle d'observation une convolution à une plus haute résolution que la résolution instrumentale (facteur de sur-échantillonnage  $s$ ) suivi d'un sous-échantillonnage (d'un facteur  $s$ ) des données. Cela se traduit en une extension du dictionnaire avec des PSF décalées de fractions de pixels (multiples de  $\frac{1}{s}$  pixels). Le problème d'une telle approche est que le dictionnaire à haute résolution ainsi construit est encore plus corrélé que le dictionnaire initial et les algorithmes ont alors potentiellement plus de difficultés à obtenir l'approximation parcimonieuse. Néanmoins, une telle approche permet d'améliorer la détection et l'estimation des spectres des objets comme illustré Fig. 6.12. Notons que des travaux

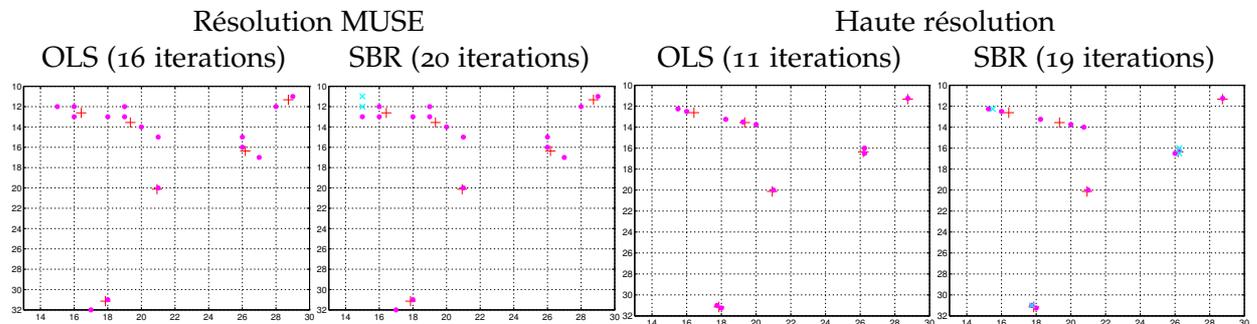


FIG. 6.12 – Résultats des algorithmes OLS et SBR pour de la déconvolution impulsionnelle hyperspectrale à la résolution MUSE et à haute résolution pour 6 objets à des positions subpixelaires et un bruit non i.d. : position des objets non résolus (+) et des objets détectés (•) à la résolution de MUSE (figures de gauche) et à haute résolution avec une précision dans les positions au  $\frac{1}{4}$  de pixel (figures de droite). Pour le SBR, les objets initialement détectés mais finalement supprimés sont également indiqués (x).

similaires en déconvolution impulsionnelle à une dimension, dans le cadre d'un bruit blanc, permettant d'augmenter la résolution par suréchantillonnage ont été publiés récemment [CAR 13] pour une approche par pénalisation  $\ell_1$ .

De tels résultats poussent à s'orienter vers une approche paramétrique, en estimant simultanément au spectre la position subpixelaire des objets. Une telle approche rejoint les travaux effectués avec A. Selloum et Y. Deville dans un cadre de séparation de sources denses dans un cas où le nombre de sources est connu et leur position approximativement connue [SEL 13a, SEL 13b]. Néanmoins une telle approche est délicate à envisager dans le cas où le nombre de sources et leurs positions approximatives sont inconnus.

## 6.4 APPROXIMATION PARCIMONIEUSE SPECTRALE POUR LA DÉCONVOLUTION D'IMAGES HYPERSPECTRALES

Nous nous sommes également intéressés à des problèmes de déconvolution d'images hyperspectrales en considérant un *a priori* de parcimonie pour les spectres des objets. Plus précisément, en collaboration avec S. Bourguignon, D. Mary et É. Slezack de l'OCA, nous avons étendu à la déconvolution des travaux qu'ils avaient initiés pour le débruitage de données hyperspectrales.

Ces travaux [BOU 10, BOU 11d] proposaient de débruiter les spectres de chaque pixel spatial, ces spectres étant traités indépendamment les uns des autres, au moyen d'une approximation parcimonieuse sur un dictionnaire ad hoc, en prenant en compte le bruit non i.d. Pour cela, un dictionnaire spécifique a été construit, prenant en compte des caractéristiques classiques de spectres d'objets astrophysiques : des raies spectrales, prises en compte à l'aide de gaussiennes de différentes largeurs, des discontinuités, prises en compte par des échelons, et un continuum, pris en compte par des sinusoides basses fréquences. Bien entendu tous ces signaux élémentaires sont décalés spectralement et convolués par la LSF de l'instrument ; le dictionnaire ainsi formé est fortement redondant (typiquement plus de 25000 éléments pour représenter le spectre des objets à 4000 longueurs d'ondes) comme illustré Fig. 6.13. L'approximation parcimonieuse

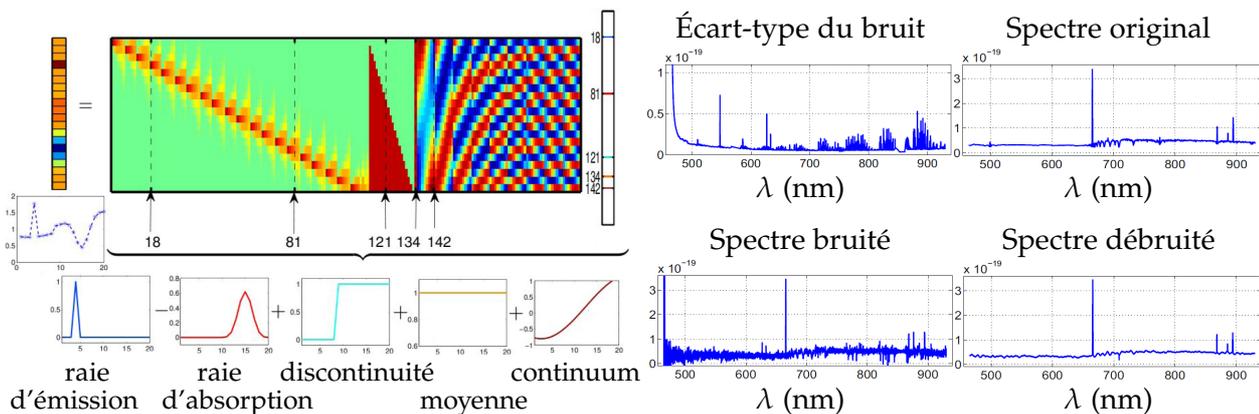


FIG. 6.13 – Debruitage de spectre par approximation parcimonieuse dans un dictionnaire ad hoc tel que proposé par S. Bourguignon et al. [BOU 10] : illustration schématique de l'approximation parcimonieuse d'un spectre à partir d'un dictionnaire constitué de raies de différentes largeurs, de discontinuités et de sinusoides basses fréquences (gauche) ; Illustration du débruitage sur un spectre réaliste (droite).

est alors calculée par minimisation d'un critère quadratique pénalisé par la norme  $\ell_1$  à l'aide d'un algorithme de descente coordonnées par coordonnées (*Iterative Coordinate Descent*), comme nous l'avions proposé dans le cas de l'analyse spectrale (voir Chap. 3, page 39). De plus, une interprétation du paramètre de régularisation du critère pénalisé était proposée, en terme de

probabilité de fausse alarme correspondant à la reconstruction d'un spectre non nul pour des données constituées uniquement de bruit.

Le principal inconvénient de cette méthode de débruitage est de prendre en compte les pixels spatiaux indépendamment les uns des autres, alors que l'on sait bien, ne serait-ce qu'à cause de la convolution spatiale par la FSF, que les spectres de deux pixels spatiaux voisins dans le cube de données ont des caractéristiques communes. Aussi, nous avons proposé d'étendre cette méthode de débruitage afin d'effectuer une déconvolution d'images hyperspectrales, en prenant en compte la convolution spatiale par la FSF (moyennant une hypothèse de séparabilité de la PSF 3D) en plus de la parcimonie spectrale sur le dictionnaire considéré [BOU 11b, BOU 11a]. La prise en compte de l'ensemble du cube hyperspectral et de la PSF spatiale variable ne pose formellement pas de problème. La solution est définie comme l'ensemble des spectres en chaque pixels  $\hat{x}_k = \mathbf{D}\hat{u}_k$  avec  $\mathbf{D}$  le dictionnaire d'approximation et les coefficients parcimonieux  $\hat{u}_k$  rassemblés dans un vecteur  $\hat{\mathbf{U}}$  défini comme :

$$\hat{\mathbf{U}} = \arg \min_u \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{D}\mathbf{U}\|_{\Sigma}^2 + \gamma \|\mathbf{U}\|_1 \quad (6.2)$$

où  $\mathbf{D}$  est la matrice bloc-diagonale correspondant au dictionnaire pour chaque pixel,  $\mathbf{H}$  est la matrice effectuant la convolution spatiale par la PSF (variable en fonction de la longueur d'onde) en tout point du cube et  $\Sigma$  est la matrice diagonale correspondant à l'inverse de la variance du bruit pour chaque pixel. Néanmoins, le calcul de cette solution ne peut pas être envisagé directement. En effet, même si l'on se restreint à une zone spatiale réduite autour d'objets d'intérêt, le coût de calcul correspondant reste exorbitant, le nombre d'inconnues étant le nombre de pixels multiplié par le nombre d'éléments du dictionnaire. Aussi nous avons proposé d'effectuer cette déconvolution en deux étapes. Une première étape de débruitage de chaque pixel spatial indépendamment effectuée avec un paramètre de pénalisation autorisant un fort taux de fausse alarme. Ainsi, même si un objet est détecté dans chaque pixel, y compris les pixels ne contenant que du bruit (taux de fausse alarme élevé), cette étape permet de ne retenir dans le dictionnaire fortement redondants, qu'un sous ensemble  $\Omega$  d'atomes vraisemblablement présents dans les données. Dans la deuxième étape, la déconvolution (minimisation du critère 6.2) est effectuée en ne considérant que les éléments du dictionnaire ayant été retenus dans la première étape, c'est-à-dire le dictionnaire  $\mathbf{D}_{\Omega}$  correspondant à l'union des dictionnaires sélectionnés indépendamment sur chaque pixel et donc de ne rechercher qu'un ensemble  $\mathbf{U}_{\Omega}$  de coefficients parcimonieux. Cette pré-sélection d'atomes permet de réduire d'un facteur 1000 le nombre d'inconnues  $\mathbf{U}_{\Omega}$  dans le problème (6.2) de la deuxième étape, dont la solution peut alors être calculée en un temps raisonnable. Une illustration des données et de résultats obtenus par débruitage spectral, et par déconvolution est présentée sur un exemple simple Fig. 6.14. On constate bien que la prise en compte de la PSF spatiale permet une meilleure reconstruction des objets originaux ainsi que la séparation de leurs spectres.

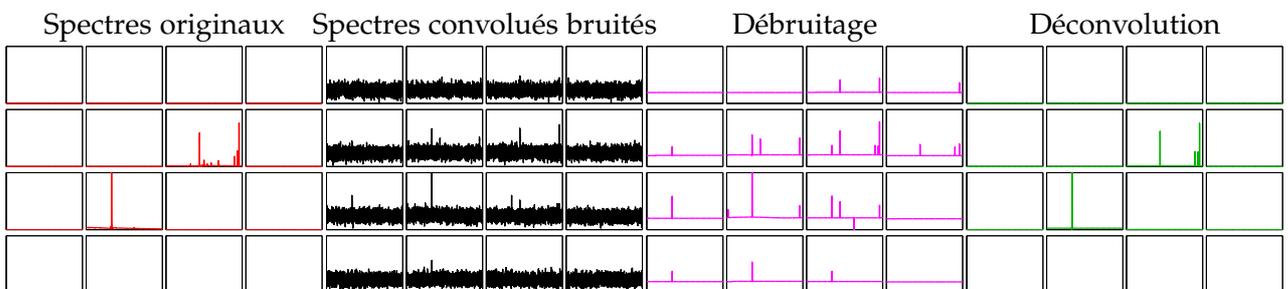


FIG. 6.14 – Illustration de résultats de débruitage spectral et de déconvolution spatiale/spectrale de données hyperspectrales à partir de données bruitées. Sur chacune des figures sont représentés les spectres d'une zone de  $4 \times 4$  pixels spatiaux voisins.

## 6.5 DÉCONVOLUTION DE DONNÉES HYPERSPECTRALES POUR L'ÉTUDE DE LA CINÉMATIQUE DES GALAXIES

Durant la thèse d'E. Villeneuve, nous avons également abordé un problème de déconvolution spécifique à des données hyperspectrales en astrophysique intéressant fortement les astrophysiciens du groupe thématique GAHEC (Galaxies, Astrophysique des Hautes Energies et Cosmologie) de l'IRAP pour la compréhension de la formation et de l'évolution des galaxies. En effet, d'un point de vue physique, des données hyperspectrales, autour de raies d'émission d'une galaxie résolue, permettent, grâce à l'effet Doppler-Fizeau, l'étude de la cinématique de cette galaxie, ou plus précisément la détermination de cartes de flux, de vitesse et de dispersion en vitesse au sein de la galaxie (voir par exemple [EPI 08]). D'un point de vue traitement du signal, il ne s'agit donc pas de déconvoluer l'ensemble du cube à toutes les longueurs d'ondes comme dans les deux problèmes précédents, mais d'estimer, en prenant en compte les effets de la PSF 3D, certains paramètres en chaque position spatiale de l'image d'une galaxie grâce à des données dans une bande spectrale réduite (typiquement de l'ordre de 20 pixels spectraux). Pour cela, on exploite comme information *a priori* un modèle simplifié de la raie d'émission, dépendant de façon non linéaire de paramètres liés aux quantités physiques d'intérêt. On a alors à traiter un problème d'estimation non linéaire plutôt qu'un problème de déconvolution (ce qui sous-entend en général la linéarité du modèle).

Si une galaxie était constituée d'objets homogènes, se déplaçant tous à la même vitesse par rapport au point d'observation, les données hyperspectrales autour d'une raie d'émission correspondraient à une raie infiniment fine, d'amplitude le flux d'émission à la longueur d'onde correspondant à l'élément chimique provoquant cette émission, décalée par effet Doppler-Fizeau suivant la vitesse de la galaxie par rapport au point d'observation (décalage vers le rouge). Bien sûr, ces observations sont convoluées, spatialement et spectralement, par la PSF 3D du système d'acquisition. L'étude de la cinématique de la galaxie consiste à analyser les différences de vitesses des objets au sein de la galaxie. Typiquement, pour une galaxie en rotation, certains objets se rapprochent du point d'observation et d'autres s'en éloignent, relativement à la vitesse d'éloignement de la galaxie elle-même. De plus, l'observation de cet objet 3D en mouvement correspond à une projection bi-dimensionnelle, pour laquelle l'émission de l'ensemble des objets (et donc leur vitesse relative) est intégrée le long de la ligne de visée. Pour modéliser cela en une position spatiale  $\mathbf{s}$  des données, on peut, en première approximation considérer une raie

gaussienne  $\mathcal{R}(\mathbf{s}, \lambda) = \frac{a(\mathbf{s})}{\sqrt{2\pi}w(\mathbf{s})} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\lambda - c(\mathbf{s}))^2}{w(\mathbf{s})^2}\right)$ , dont la position  $c(\mathbf{s})$  et la largeur  $w(\mathbf{s})$

correspondent à la vitesse et à la dispersion en vitesse des objets le long de la ligne de visée intégrées sur la taille spatiale du pixel considéré. L'amplitude  $a(\mathbf{s})$  est reliée quant à elle au flux de l'émission dans la direction du point d'observation, intégré sur le pixel et le long de la ligne de visée. Il s'agit donc pour chaque pixel spatial de l'image d'estimer les paramètres d'une gaussienne (amplitude, position et écart-type) dans la direction spectrale. Bien entendu, cela est rendu plus délicat à cause de l'effet de convolution tri-dimensionnelle par la PSF. D'après nos travaux sur la modélisation de cette PSF (§ 6.2), la relation entre la raie d'émission de la galaxie et les données peut s'écrire sous la forme :

$d(\mathbf{s}, \lambda) = \iiint \mathcal{R}(\mathbf{z}, \mu) F(\mathbf{s} - \mathbf{z}) L_s(\lambda - \mu) dz d\mu + b(\mathbf{s}, \lambda)$  où

l'on considère une approximation additive gaussienne (non identiquement distribué) du bruit, ce qui est réaliste pour la durée d'observation considérée. Notons que dans cette relation la LSF est considérée invariante spectralement, ce qui est justifié par le fait qu'elle est en pratique lentement variable spectralement et que l'on considère un très faible intervalle de longueurs d'ondes. Pour cette raison, on peut également considérer la FSF constante spectralement. Notons enfin que dans le cas particulier d'une LSF gaussienne constante spatialement, la convolution spectrale de la raie par la LSF reste une gaussienne, de variance la variance de la raie à laquelle

s'ajoute la variance de la LSF. La convolution spectrale se ramène alors à un simple changement de paramètre du modèle et seule la convolution spatiale par la FSF doit être prise en compte numériquement. Une telle approximation permet en pratique de réduire le temps de calcul des méthodes proposées présentées ci-dessous. De telles données hyperspectrales sont représentées Fig. 6.15.

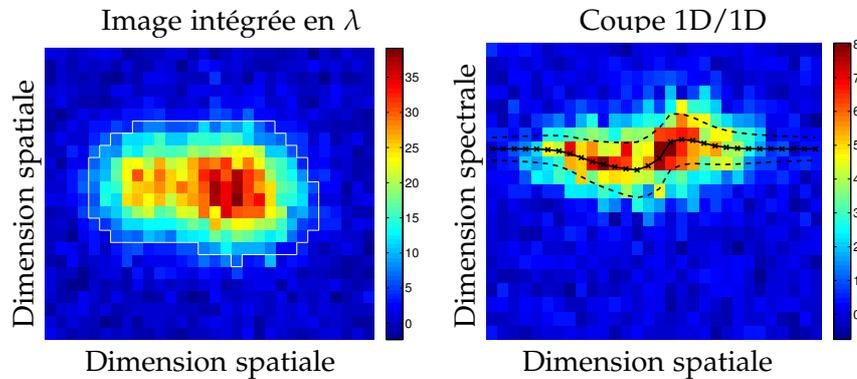


FIG. 6.15 – Illustration d'un cube de données pour l'étude de la cinématique des galaxies dans un cas fortement bruité (Rapport Signal sur Bruit de 8 dB) correspondant à une observation de 1 heure. Figure de gauche : image intégrée en longueur d'onde. Figure de droite : coupe 1D/1D (une dimension spatiale et une dimension spectrale) sur la ligne la plus brillante de l'image de gauche. En trait noir et traits pointillés sont représentés respectivement la vitesse (décalage spectral) et la dispersion en vitesse (élargissement spectral) correspondant à la cinématique de la galaxie.

Les solutions apportées par les astrophysiciens pour ce problème consistent à ne pas prendre en compte la PSF (ou du moins uniquement la LSF *via* une approximation gaussienne) et à estimer indépendamment en chaque pixel  $s$  les paramètres d'amplitude  $a(s)$ , de position  $c(s)$  et de largeur  $w(s)$  de la raie (voir par exemple [EPI 08]). Pour cela, des estimateurs de type moments sont utilisés (au sens déterministe du terme, soit  $\hat{a}(s) = \sum_{\lambda} d(s, \lambda)$ ,  $\hat{c}(s) = 1/\hat{a}(s) \sum_{\lambda} \lambda d(s, \lambda)$  et  $\hat{w}^2(s) = 1/\hat{a}(s) \sum_{\lambda} (\lambda - \hat{c}(s))^2 d(s, \lambda)$ ) ou par ajustement d'une gaussienne (*Gaussian fitting*). Le principal problème de ces estimateurs provient, en plus de la non prise en compte de la FSF, du très faible rapport signal sur bruit qui provoque des estimateurs de grande variance (avec éventuellement des problèmes de minima locaux pour l'ajustement de gaussienne). Pour réduire ce problème, il est parfois fait appel à du moyennage spatial (*spatial binning*), ce qui dégrade encore plus la résolution des cartes ainsi estimées. Notons que si l'ajustement de gaussienne se fait par minimisation d'un critère quadratique pondéré par l'inverse de la variance des données (et non par régression quadratique du logarithme des données comme c'est parfois le cas), cet estimateur correspond à l'estimateur du maximum de vraisemblance (ML pour *maximum likelihood*).

Nous avons dans un premier temps proposé d'améliorer ces méthodes en prenant en compte un estimateur de la moyenne *a posteriori* (PM pour *posterior mean*), en considérant des lois *a priori* peu informatives, calculé par méthode de Monte-Carlo par Chaîne de Markov (MCMC). Sans entrer dans les détails de la méthode, nous avons proposé d'utiliser un échantillonneur de Gibbs, faisant intervenir des étapes de Metropolis-Hastings pour l'échantillonnage de la position et de la largeur (voir [VIL 12a] et [VIL 12b, Chap. 4]). En effet, si l'on considère une loi *a priori* gaussienne positive pour l'amplitude de la raie et des lois *a priori* uniformes pour leur position et largeur, la loi *a posteriori* de l'amplitude conditionnellement à la position et la largeur reste gaussienne positive ; propriété que l'on peut aisément exploiter dans un échantillonneur de Gibbs. On peut également exploiter cette propriété en marginalisant la loi *a posteriori* par rapport aux amplitudes, ce qui permet de n'échantillonner que les paramètres de position et de largeur. En plus d'éviter les problèmes de minima locaux liés à l'optimisation, une telle méthode permet de fournir la variance sur les paramètres ainsi estimés. En pratique, les cartes ainsi estimées par moyenne *a*

*posteriori* sont plus satisfaisantes que celles estimées par maximum de vraisemblance, comme illustré Fig. 6.16.

Dans un second temps, nous avons proposé une méthode de déconvolution, permettant d'estimer les cartes d'amplitude, position et largeur en prenant en compte la PSF 3D (voir [VIL 12b, Chap. 4] et [VIL 14]). Pour cela, nous avons généralisé la méthode d'estimation précédente pour prendre en compte l'effet de la PSF et estimer simultanément, pour toutes les positions spatiales, l'ensemble des cartes. Là encore, nous avons proposé d'exploiter un algorithme de Gibbs, la loi *a posteriori* en chaque amplitude conditionnellement aux autres paramètres restant gaussienne positive. Notons que la mise à jour de la loi *a posteriori* marginale suite à la modification d'un des paramètres se fait par l'intermédiaire de l'étalement de la raie correspondante par la PSF (mécanisme assez similaire à celui de l'échantillonnage de Gibbs pour un modèle Bernoulli-Gaussien exploité en analyse spectrale § 3.3) et ne nécessite donc pas la convolution 3D de toute la galaxie. La méthodologie mise en œuvre a été testée jusqu'à présent sur des données simulées, fournies sous la forme d'un cube hyperspectral. Cependant, rien n'empêche formellement l'exploitation de cette méthode de déconvolution directement à partir de données avant interpolation par le DRS, donc irrégulièrement échantillonnées spatialement et spectralement (au prix d'une augmentation de coût de calcul).

Des résultats de ces méthodes sont illustrés Fig. 6.16 dans le cas de données fortement bruitées. On voit nettement l'amélioration apportée par l'estimateur de la moyenne *a posteriori* (PM) par rapport au maximum de vraisemblance (ML), notamment en terme de variance. D'autre part, l'amélioration de la résolution de l'estimation sur l'amplitude et la position en prenant en compte la PSF (PM joint) est flagrante. Cependant, l'estimation de la largeur reste peu satisfaisante : elle semble meilleure lorsque l'on ne prend pas en compte la PSF, au prix d'une dégradation de la résolution et de la variance d'estimation. Il ne faut pas oublier que le problème est très délicat vu la faible information apportée dans les données par ce paramètre et le faible rapport signal sur bruit. Néanmoins, on constate une forte amélioration sur l'estimation de la largeur lorsqu'on l'estime par l'estimateur de la moyenne *a posteriori* conditionnellement aux cartes d'amplitude et de position estimées par PM joint (PM cond.).

Enfin, par opposition aux méthodes précédentes qui visaient à estimer des cartes de cinématique de la galaxie en toute position spatiale, nous avons également exploré, en collaboration avec N. Bouché [BOU 14] (groupe thématique GAHEC de l'IRAP), l'estimation d'un modèle paramétrique de cinématique de galaxies (par l'intermédiaire d'un modèle 3D très simple de la cinématique, projeté dans le plan de l'image et en prenant en compte la PSF 3D) à partir de données hyperspectrales (travaux initiés lors du stage de V. Alvarez [ALV 12]). Nous disposons ainsi d'un ensemble des méthodes faisant appel à des hypothèses différentes, qui peuvent donc aider les astrophysiciens à mieux analyser la cinématique des galaxies à partir de données hyperspectrales.

## 6.6 BIBLIOGRAPHIE

- [ALV 12] ALVAREZ V., Traitement du signal pour l'étude de la cinématique des galaxies, Rapport de stage de Master 2, sous la direction de Nicolas Bouché et Hervé Carfantan, Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie, septembre 2012. (Cité pages 74 et 92.)
- [BAC 04] BACON R., BAUER S.-M., BOWER R., CABRIT S., CAPPELLARI M., ET AL., « The second generation VLT instrument MUSE : Science drivers and instrument design », *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Ground-based Instrumentation for Astronomy*, vol. 5492, septembre 2004. (Cité page 77.)
- [BAC 09] BACON R., Analysis of the spectral PSF, MUSE report, VLT-TRE-MUS-14670-0870, MUSE project, avril 2009. (Cité page 83.)
- [BOU 10] BOURGUIGNON S., MARY D., SLEZAK E., « Sparsity-based denoising of hyperspectral astrophysical data with colored noise : Application to the MUSE instrument », *2nd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*, Reykjavik, Island, juin 2010. (Cité pages 79 et 88.)

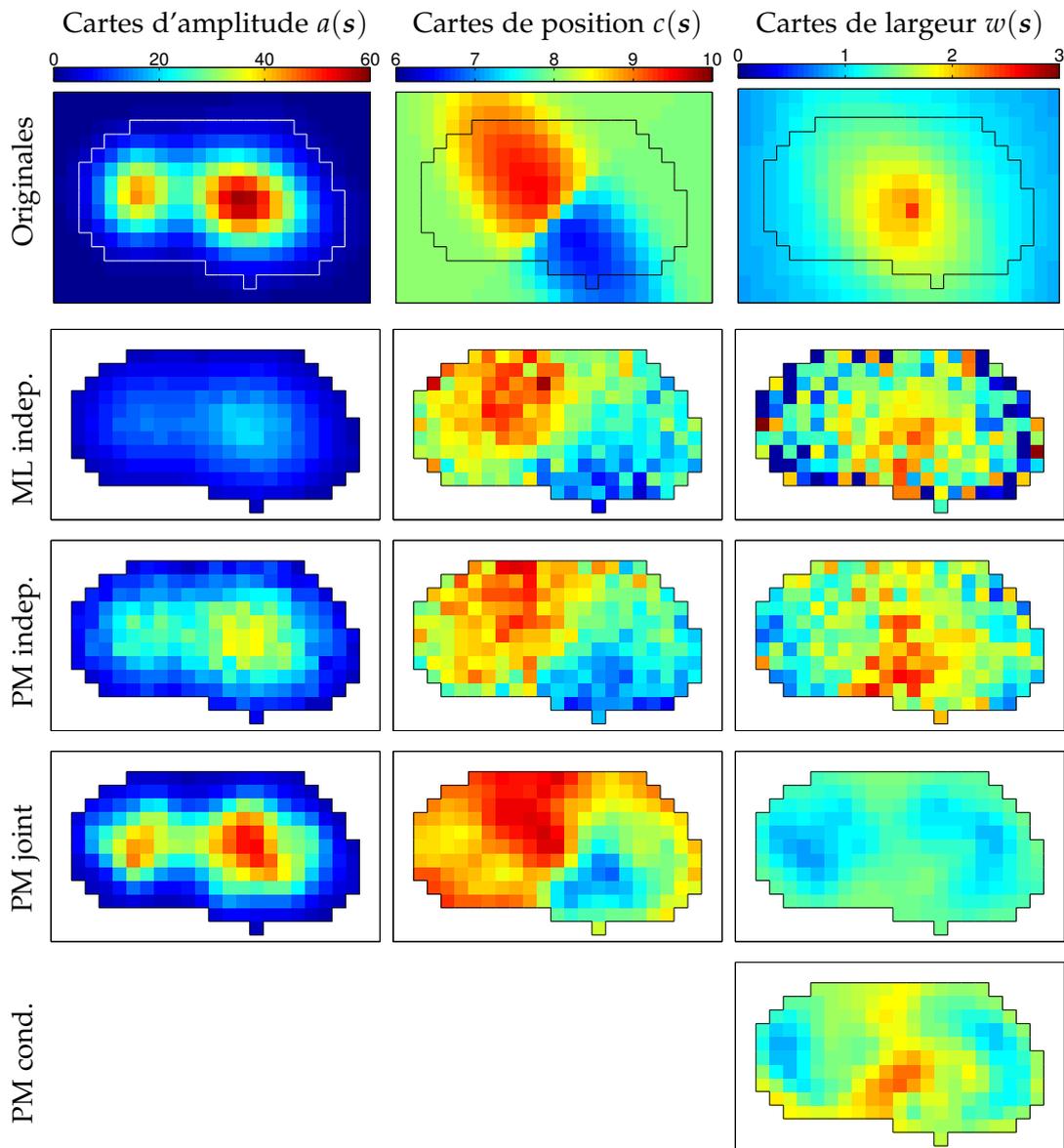


FIG. 6.16 – Illustration de l'estimation de cartes pour l'étude de la cinématique des galaxies dans un cas fortement bruité (rapport signal sur bruit 8 dB). Première ligne : cartes originales (le cadre en blanc ou noir délimite la zone spatiale contenant 95% du flux de la galaxie, en dehors de laquelle l'estimation des paramètres est sans signification). Deuxième ligne : cartes estimées indépendamment en chaque position  $s$  par maximum de vraisemblance (ML). Troisième ligne : cartes estimées indépendamment en chaque position  $s$  par moyenne a posteriori (PM). Quatrième ligne : cartes estimées conjointement en toutes les positions en prenant en compte la PSF (déconvolution) par moyenne a posteriori (PM joint). Cinquième ligne : carte de largeur estimée conjointement en toutes les positions en prenant en compte la PSF (déconvolution) par moyenne a posteriori conditionnellement aux cartes d'amplitude et de position estimées par PM joint.

- [BOU 11a] BOURGUIGNON S., CARFANTAN H., MARY D., SLEZAK E., FERRARI A., « Restauration des cubes hyperspectraux du spectro-imageur MUSE », *Actes du 23<sup>e</sup> colloque GRETSI*, Bordeaux, France, septembre 2011. (Cité pages 79 et 89.)
- [BOU 11b] BOURGUIGNON S., CARFANTAN H., SLEZAK E., MARY D., « Sparsity-based spatial-spectral restoration of MUSE astrophysical hyperspectral data cubes », *3rd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*, Lisbon, Portugal, juin 2011. (Cité pages 79 et 89.)
- [BOU 11c] BOURGUIGNON S., SOUSSEN C., CARFANTAN H., IDIER J., « Sparse deconvolution : Comparison of statistical and deterministic approaches », *IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*, Nice, France, juin 2011. (Cité pages 45, 86, 99 et 103.)
- [BOU 11d] BOURGUIGNON S., MARY D., SLEZAK E., « Restoration of astrophysical spectra with sparsity constraints : models and algorithms », *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 5, n° 5, septembre 2011. (Cité pages 79, 88 et 103.)
- [BOU 14] BOUCHÉ N., CARFANTAN H., SCHROETTER I., MICHEL-DANSAC L., CONTINI T., GalPaK3D : a Bayesian parametric tool for extracting kinematics from 3D data, Rapport, Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie, submitted to *The Astrophysical Journal*, 2014. (Cité pages 92 et 102.)
- [CAR 09] CARFANTAN H., ANTERRIEU E., Modélisation de la PSF spectrale intégrée de MUSE, Rapport technique, ANR DAHLIA, Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, septembre 2009. (Cité page 83.)
- [CAR 12] CARFANTAN H., JARNO A., SERRE D., MAZET V., PETREMAND M., BOURGUIGNON S., VILLENEUVE E., Modélisation de la PSF de MUSE, Rapport technique ANR DAHLIA, version 5.6, Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie, juin 2012. (Cité pages 79 et 83.)
- [CAR 13] CARCREFF E., BOURGUIGNON S., IDIER J., SIMON L., « Algorithmes de déconvolution impulsionnelle à résolution augmentée », *Actes du 24<sup>e</sup> colloque GRETSI*, Brest, septembre 2013. (Cité pages 88, 100 et 103.)
- [COT 05] COTTER S., RAO B., ENGAN K., KREUTZ-DELGADO K., « Sparse solutions of linear inverse problems with multiple measurement vectors », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, n° 7, p. 2477–2488, juillet 2005. (Cité page 86.)
- [DOS 05] DOSSAL C., MALLAT S., « Sparse spike deconvolution with minimum scale », *Proc. SPARS'05 Workshop*, Rennes, France, novembre 2005. (Cité page 86.)
- [DUA 09] DUAN J., SOUSSEN C., BRIE D., IDIER J., « Détection conjointe de discontinuités d'ordres différents dans un signal par minimisation de critère L2-Lo », *Actes du 22<sup>e</sup> colloque GRETSI*, Dijon, France, septembre 2009. (Cité page 86.)
- [EPI 08] EPINAT B., Des galaxies proches aux galaxies lointaines : étude cinématique et dynamique, Thèse de doctorat, Université de Provence, novembre 2008. (Cité pages 90 et 91.)
- [JAL 11] JALOBEANU A., PETREMAND M., COLLET C., « Bayesian fusion of hyperspectral astronomical images », *Proceedings of the 30th International Workshop on Bayesian Inference and Maximum Entropy Methods in science and engineering*, Chamonix, France, mars 2011. (Cité pages 79 et 84.)
- [JAR 08] JARNO A., Développement d'un modèle numérique de l'instrument MUSE/VLT, PhD thesis, INSA Lyon, 11 juillet 2008. (Cité page 83.)
- [JOL 08] JOLISSAINT L., CARFANTAN H., ANTERRIEU E., « Exploring the impact of PSF reconstruction errors on the reduction of astronomical adaptive optics based data », *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Adaptive Optics Systems*, vol. 7015, Marseille, France, juin 2008. (Cité page 78.)
- [KOL 91] KOLMOGOROV A. N., « Dissipation of Energy in the Locally Isotropic Turbulence », *Royal Society of London Proceedings Series A*, vol. 434, p. 15–17, juillet 1991. (Cité page 80.)
- [KOW 09] KOWALSKI M., TORRÉSANI B., « Sparsity and persistence : mixed norms provide simple signal models with dependent coefficients », *Signal Image and Video Processing*, vol. 3, n° 3, p. 251–264, septembre 2009. (Cité pages 85 et 86.)
- [MAI 11] MAIRE L., Calibration de l'instrument MUSE : identification de la PSF spectrale, Rapport de stage de Master 2, sous la direction de Hervé Carfantan, Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie, septembre 2011. (Cité pages 74 et 83.)
- [MEG 11] MEGANEM I., DEVILLE Y., HOSSEINI S., CARFANTAN H., KAROUT M., « Extraction of stellar spectra from dense fields in hyperspectral MUSE data cubes using non-negative matrix factorization », *3rd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*, Lisbon, Portugal, juin 2011. (Cité pages 75 et 79.)

- [MOF 69] MOFFAT A. F. J., « A Theoretical Investigation of Focal Stellar Images in the Photographic Emulsion and Application to Photographic Photometry », *Astronomy and Astrophysics*, vol. 3, p. 455–461, décembre 1969. (Cité page 80.)
- [SAB 14] SABRI K., CARFANTAN H., Greedy algorithms for high resolution sparse spike deconvolution of astrophysical hyperspectral images, Rapport, Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie, submitted to *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, août 2014. (Cité pages 79, 86, 100 et 103.)
- [SEL 13a] SELLOUM A., DEVILLE Y., CARFANTAN H., « Separation of stellar spectra from hyperspectral images using partial filtering constrained by a parametric spatial mixing model », *Proc. 11th International Workshop IEEE Electronics, Control, Measurement, Signals and their application to Mechatronics*, Toulouse, France, août 2013. (Cité pages 75, 79, 88 et 103.)
- [SEL 13b] SELLOUM A., VILLENEUVE E., CARFANTAN H., DEVILLE Y., « Séparation myope de sources stellaires hyperspectrales par des méthodes bayésiennes : Filtre particulière et MCMC », *Actes du 24<sup>e</sup> colloque GRETSI*, Brest, France, septembre 2013. (Cité pages 75, 79, 88 et 103.)
- [SEL 14] SELLOUM A., CARFANTAN H., DEVILLE Y., Separation of stellar spectra from hyperspectral images with Bayesian methods, Rapport, Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie, septembre 2014. (Cité pages 75 et 103.)
- [SER 10] SERRE D., VILLENEUVE E., CARFANTAN H., JOLISSAINT L., MAZET V., BOURGUIGNON S., JARNO A., « Modeling the spatial PSF at the VLT focal plane for MUSE WFM data analysis purpose », *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Adaptive Optics Systems*, vol. 7736, juillet 2010. (Cité pages 80 et 82.)
- [TOK 02] TOKOVININ A., « From Differential Image Motion to Seeing », *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 114, n° 800, p. 1156–1166, octobre 2002. (Cité page 80.)
- [TRO 06a] TROPP A. J., « Algorithms for simultaneous sparse approximation. Part II : Convex relaxation », *Signal Processing*, vol. 86, p. 589–602, avril 2006. (Cité page 86.)
- [TRO 06b] TROPP J. A., GILBERT A. C., STRAUSS M. J., « Algorithms for simultaneous sparse approximation part I : Greedy pursuit », *Signal Processing*, vol. 86, p. 572–588, avril 2006. (Cité page 86.)
- [VIL 11a] VILLENEUVE E., CARFANTAN H., JARNO A., SERRE D., MAZET V., BOURGUIGNON S., « Modélisation et estimation de la PSF d’un instrument hyperspectral au sol pour l’astrophysique », *Actes du 23<sup>e</sup> colloque GRETSI*, Bordeaux, France, septembre 2011. (Cité page 81.)
- [VIL 11b] VILLENEUVE E., CARFANTAN H., SERRE D., « PSF estimation of hyperspectral data acquisition system for ground-based astrophysical observations », *3rd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*, Lisbon, Portugal, juin 2011. (Cité page 81.)
- [VIL 12a] VILLENEUVE E., CARFANTAN H., « Hyperspectral data deconvolution for galaxy kinematics with MCMC », *Proc. 20th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Bucarest, Romania, août 2012. (Cité page 91.)
- [VIL 12b] VILLENEUVE E., Déconvolution de données hyperspectrales pour l’instrument MUSE du VLT, Thèse de doctorat de l’Université Paul Sabatier, Université de Toulouse, Toulouse, décembre 2012. (Cité pages 80, 81, 82, 91 et 92.)
- [VIL 14] VILLENEUVE E., CARFANTAN H., « Non linear deconvolution of hyperspectral data with MCMC for studying the kinematics of galaxies », *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 23, n° 10, p. 4322–4335, octobre 2014. (Cité page 92.)
- [WEI 06] WEILBACHER P. M., ROTH M. M., PÉCONTAL-ROUSSET A., BACON R., « The MUSE Data Reduction Software pipeline », *New Astronomy Reviews*, vol. 50, n° 4–5, p. 405–407, juin 2006. (Cité page 77.)



# CONCLUSION ET PERSPECTIVES

# 7

## SOMMAIRE

7.1 ANALYSE SPECTRALE ET APPROXIMATIONS PARCIMONIEUSES . . . . .	99
7.2 DÉCONVOLUTION D'IMAGES HYPERSPECTRALES EN ASTROPHYSIQUE . . . . .	102
7.3 DÉCONVOLUTION EN PRÉSENCE DE SATURATION EN OBSERVATION DE LA TERRE . . . . .	104
7.4 BIBLIOGRAPHIE . . . . .	105

Les travaux de recherche que j'ai menés jusqu'à présent se sont toujours appuyés sur une problématique spécifique de traitement du signal ou d'images en sciences de l'Univers (astrophysique et observation de la terre). Ils m'ont cependant amené à des réflexions et des avancées méthodologiques et algorithmiques dont les applications potentielles vont bien au delà de ce domaine; le meilleur exemple étant les applications en physique nucléaire de nos travaux sur l'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés. Ces travaux m'ont conduit à manipuler un grand nombre d'outils de la modélisation, de l'estimation et des algorithmes, allant des représentations parcimonieuses, aux méthodes de Monte-Carlo par Chaînes de Markov, en passant par l'optimisation convexe.

Je suis persuadé que cette alliance entre proximité des problèmes dans un domaine d'application et richesse des outils permet d'ouvrir de nouvelles voies intéressant simultanément la communauté du traitement du signal et des images et celle des sciences de l'Univers. Pour revenir sur cet exemple, les méthodes d'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés étaient très peu étudiées dans la communauté du traitement du signal, des travaux méthodologiques étant néanmoins publiés dans des revues d'astrophysique, et cette problématique y est maintenant plus fréquemment abordée depuis une dizaine d'année. Cependant, les problèmes posés en astrophysique, en particulier liés à l'alternance jour/nuit, restent spécifiques à ce domaine d'application.

Cet environnement, dans lequel je travaille depuis mon arrivée à Toulouse, et la spécificité de certains problèmes d'analyse et de traitement des données posés en sciences de l'Univers, renforcent mon souhait, pour les années à venir, de poursuivre mes travaux concernant aussi bien des modèles, des estimateurs que des algorithmes dans un tel cadre pluridisciplinaire. Ce chapitre illustre quelques pistes que je souhaite aborder dans un avenir plus ou moins proche, voire que j'ai commencé à étudier avec mes collaborateurs. . .



## 7.1 ANALYSE SPECTRALE EN ÉCHANTILLONNAGE IRRÉGULIER ET APPROXIMATIONS PARCIMONIEUSES POUR LES PROBLÈMES INVERSES

Concernant l'analyse spectrale des signaux irrégulièrement échantillonnés et plus généralement les représentations parcimonieuses pour les problèmes inverses, je souhaite approfondir certains travaux méthodologiques tout en élargissant les applications possibles. De nombreuses pistes méritent d'après moi d'être creusées :

- Concernant les représentations et approximations parcimonieuses, la plupart des travaux actuels visent à contourner le problème de minimisation de la norme  $\ell_0$ , par une relaxation convexe (principalement minimisation de la norme  $\ell_1$ ) ou par algorithmes gloutons. De telles approches nécessitent de s'assurer que les deux problèmes donnent des solutions équivalentes, ce qui a fait l'objet de nombreuses publications depuis un quinzaine d'année. Cependant, nous avons pu montrer [BOU 13] que, dans le cadre de l'analyse spectrale des signaux irrégulièrement échantillonnés, les conditions suffisantes pour que les résolutions par algorithme glouton ou par relaxation convexe donnent des résultats équivalents à la minimisation de la norme  $\ell_0$  ne sont pas satisfaites pour les configurations instrumentales considérées. En pratique, cela doit être le cas dans le cadre plus général des problèmes inverses mal conditionnés. Cela, n'enlève pas pour autant l'intérêt pour de telles méthodes, car la résolution des problèmes inverses est très délicate, nécessitant la prise en compte d'information *a priori* pertinente pour les résoudre telle que la parcimonie pour les problèmes considérés, mais il faut les utiliser avec précaution. En particulier, concernant l'utilisation des algorithmes gloutons dans ce cadre, comme vu Chap. 3 en analyse spectrale ou dans [BOU 11a] en déconvolution, des algorithmes de types *Orthogonal Least Square* (OLS), peu utilisés dans la communauté des représentations parcimonieuses et du *compressed sensing*, sont bien plus efficaces que le *Matching Pursuit* (MP) et *Orthogonal Matching Pursuit* (OMP). D'autre part, seuls de rares travaux s'intéressent à des algorithmes sub-optimaux (dans le sens où la convergence vers le minimum global n'est pas garantie) de résolution du problème d'optimisation de la norme  $\ell_0$  tels que ceux sur l'algorithme SBR (*Single Best Replacement*) [SOU 11], qui peut s'interpréter comme un algorithme glouton permettant de supprimer au cours des itérations des éléments du dictionnaire sélectionnés et qui donne dans ce cadre de très bons résultats par rapport aux algorithmes MP et OMP.

Il paraît délicat de tirer une conclusion définitive sur les algorithmes à utiliser en pratique pour un problème donné. Aussi, pour une application pratique, il faut faire un travail de comparaison rigoureux des différents algorithmes sur des données simulées les plus réalistes possible pour mettre en avant la solution la plus pertinente et exploitable en terme de coût de calcul. Afin de comparer les différents algorithmes il est indispensable que les réglages de ces algorithmes soient cohérents (test d'arrêt pour les algorithmes gloutons, paramètre de régularisation pour la relaxation convexe) ce qui peut se faire si l'on connaît la variance du bruit. Nous avons publié une telle étude comparative dans le cas de la déconvolution impulsionnelle [BOU 11a] et je souhaiterais poursuivre de telles études pour l'analyse spectrale de signaux irrégulièrement échantillonnés appliquée en astrophysique et en physique nucléaire.

Pour les données d'astrophysique, on peut s'appuyer sur la connaissance de la variance du bruit connue en chaque échantillon (bruit indépendant mais non identiquement distribué) pour régler les paramètres à partir du résidu entre le modèle estimé et les données. Aussi nous souhaitons, avec M. Bazot du CAUP, faire ressortir d'une telle étude les algorithmes les plus pertinents pour différents cas de figure de données astronomiques.

Pour la physique nucléaire, des questions supplémentaires se posent et je souhaite poursuivre mes travaux dans ce domaine en collaboration avec D. Testa de l'EPFL. Ce cadre applicatif est intéressant puisque, vu le nombre réduit de mesures, il est envisageable de

comparer les différents algorithmes à une recherche exhaustive pour une solution suffisamment parcimonieuse. Notons que pour cette application, les caractéristiques du bruit sont mal maîtrisées. Aussi, une étude plus approfondie de ces caractéristiques doit être effectuée qui conduira peut-être à la prise en compte d'une autre norme que la norme quadratique pour le terme de fidélité aux données, ou à la prise en compte d'une certaine corrélation (spatiale ou temporelle) du bruit. . .

- Les travaux que nous avons mené sur le modèle Bernoulli-Gaussien (BG), présentés Chap. 3, méritent d'après-moi d'être poursuivis. En effet, des travaux récents de mes collègues de l'IRCCYN [GE 11] sur des algorithmes de MCMC pour le modèle BG en déconvolution impulsionnelle permettent de résoudre des difficultés que nous avons mises en avant de lenteur de convergence de l'algorithme de Gibbs, en partie à partir de solutions que nous avons ébauchées (échantillonnage par triplets [BOU 05], voir § 3.3), mais également par marginalisation de certains paramètres. L'extension de ces travaux à l'analyse spectrale paraît assez immédiate.

De plus, le modèle Bernoulli-Gaussien étendu que nous avons proposé [BOU 06] afin de prendre en compte des fréquences hors de la grille est d'après moi d'un grand intérêt à la fois pour l'application visée, mais plus généralement au niveau méthodologique. En effet, d'un point de vue modélisation pour l'analyse spectrale en astrophysique, il n'y a aucune raison que les fréquences de pulsation des étoiles soient sur la grille (notons que ce n'est pas le cas en physique nucléaire où l'on est assuré que les modes de pulsations du plasma sont entiers et donc sur la grille considérée). Aussi, afin de réduire au maximum l'erreur de modèle due à l'approximation de la fréquence sur la grille, il est nécessaire, de considérer une représentation parcimonieuse sur une grille de fréquences très finement échantillonnée. Le fait d'autoriser le modèle Bernoulli-Gaussien étendu à se décaler sur la grille (dans l'intervalle d'échantillonnage considéré) permet de prendre en compte une grille moins fine et donc de réduire la dimension du problème et surtout le coût de calcul de la solution, au prix de la non-linéarité vis-à-vis du paramètre de décalage fréquentiel.

Les solutions algorithmiques que nous avons proposées pour l'estimation des paramètres correspondant de ces modèles par MCMC, bien que théoriquement valides, ne sont pas très satisfaisantes en pratique et nous avons envisagé récemment, avec S. Bourguignon de l'IRCCYN et M. Bazot un moyen théorique plus efficace d'effectuer cet échantillonnage, ce qui reste néanmoins à vérifier en pratique. De même, dans ce cadre, une marginalisation des amplitudes ou un échantillonnage par triplet, semblent réalisables, ce qui permettrait d'accélérer la convergence de la chaîne de Markov.

- Du point de vue méthodologique, la possibilité de prise en compte de telles non-linéarités dans un modèle de type BG, ou plus généralement dans les représentations parcimonieuses, ouvre des perspectives pour un grand nombre de problèmes d'estimation non-linéaire.

De manière évidente, on peut voir un lien entre le problème d'analyse spectrale pour des fréquences hors de la grille et le problème de déconvolution impulsionnelle à haute-résolution pour lesquelles des solutions à l'aide d'algorithme gloutons et de relaxation convexe ont été proposées avec un échantillonnage plus fin, mais demeurant sur une grille [CAR 13, SAB 14]. Une extension par modèle BG hors de la grille mériterait donc d'être également étudiée, en comparaison de ces méthodes.

Pour des données astrophysiques, éventuellement irrégulièrement échantillonnées, on pense immédiatement au problème de la détection/estimation d'exo-planètes, pour lesquelles un modèle purement sinusoïdal n'est pas pertinent et nécessitant la prise en compte d'orbites képlériennes. Si la généralisation du périodogramme à de tels modèle est faisable, mais néanmoins de mise en œuvre non immédiate [CUM 04], la généralisation des approches de type algorithmes gloutons et modèle BG étendu semble prometteuse, ce que

nous avons commencé à étudier avec S. Bourguignon et M. Bazot lors du stage de M. Boudineau [BOU 14b].

Plus généralement, concernant le modèle BG étendu pour prendre en compte des non-linéarités et les algorithmes d'échantillonnage stochastique associés, notons qu'ils offrent une alternative à des modèles de dimension variable (par exemple le nombre d'exo-planète considérées dans le modèle), de type « processus ponctuels marqués » (*marked point process*) [DES 02], nécessitant des méthodes MCMC à sauts réversibles très délicates à contrôler et exploiter en pratique (problèmes dits de *label switching*). Ce cadre méthodologique que nous avons récemment abordé dépasse donc largement celui de l'analyse spectrale. . .

- Nous nous intéressons depuis quelques temps, avec S. Bourguignon, M. Mongeau du laboratoire MAIAA de l'ENAC, Toulouse, et J. Ninin du Lab-STICC, Brest, à une nouvelle façon de poser le problème de la minimisation exacte de la norme  $\ell_0$  qui permettrait d'utiliser, pour le résoudre, des algorithmes récents issus de la recherche opérationnelle. Cette approche permet de prendre en compte toutes les formes de représentation ou approximations parcimonieuses (minimisation de la pseudo-norme  $\ell_0$  ou avec contrainte de borne sur cette pseudo-norme, fidélité aux données avec une norme quadratique,  $\ell_1$  ou  $\ell_\infty$ ). Bien entendu, les problèmes ne se posent pas de la même façon suivant la norme utilisée et la contrainte exploitée, mais il existe des algorithmes d'optimisation sous contrainte permettant de résoudre chacun des problèmes de façon exacte, c'est-à-dire garantis de trouver le minimum global. En pratique, nous pouvons exploiter certains de ces algorithmes pour des problèmes de taille raisonnable. Typiquement pour des problèmes de déconvolution impulsionnelle sur 300 échantillons avec une dizaine de pics, ce qui fait plus de  $10^{18}$  combinaisons à tester pour une recherche exhaustive, nous pouvons obtenir, suivant la norme utilisée pour le terme de fidélité aux données, la solution désirée en seulement quelques minutes. De tels algorithmes sont particulièrement intéressants pour les problèmes inverses pour lesquels les approches gloutonnes et de relaxation convexe ne garantissent pas de trouver la solution la plus parcimonieuse, d'où nos premiers travaux sur un problème de déconvolution impulsionnelle. A ce stade, je ne peux décrire plus en détails ces travaux mais nous comptons commencer à les publier très prochainement. . .

Ces travaux semblent tout à fait généralisables au cas de données et inconnues complexes, et je compte les appliquer au problème de l'analyse spectrale de données en physique nucléaire. Cela nous aidera également à bien comprendre et modéliser le bruit présent dans les données. On pourra alors peut-être conclure sur le fait que les représentations parcimonieuses sont une bonne façon de poser le problème. . .

De même, ces travaux semblent généralisables au cas de la parcimonie simultanée/conjointe.

- Enfin, je souhaiterais également aborder un aspect lié aux applications considérées de l'analyse spectrale qui relève de la construction de dictionnaire pour les représentations parcimonieuses. L'objectif serait de modifier le dictionnaire de représentation du signal afin d'obtenir les meilleures représentations parcimonieuses possibles avec les algorithmes proposés. Contrairement à bien des travaux sur les représentations parcimonieuses, le dictionnaire de représentation des données n'est pas choisi de façon arbitraire (dictionnaire d'ondelettes ou d'autres signaux élémentaires), mais est dicté par le problème d'analyse spectrale pour un spectre de raies. On ne peut donc pas recourir à l'apprentissage de dictionnaires à partir d'une base de signaux tel que cela est proposé pour les représentations parcimonieuses (voir exemple [KRE 03]). On peut néanmoins tenter d'améliorer les caractéristiques du dictionnaire, en modifiant les instants/positions d'échantillonnage des données malgré les contraintes du système d'observation (alternance jour/nuit en astrophysique, position des détecteurs en physique nucléaire). Bien sûr, ces contraintes ne permettront pas d'obtenir un dictionnaire ayant de bonnes propriétés théoriques comme ceux utilisés

pour l'échantillonnage compressé (*compress sensing*) permettant une reconstruction exacte avec les méthodes de relaxation convexe [CAN 08], mais il serait intéressant d'étudier quel couple configuration d'échantillonnage/algorithme permet une meilleure estimation. De fait, l'observation de la fenêtre spectrale (liée à la corrélation des éléments du dictionnaire) nous renseigne sur la qualité de l'échantillonnage, mais aucune « mesure » n'est disponible à ce jour pour comparer les différentes fenêtres spectrales. Si aucune approche théorique n'est immédiate pour résoudre ce problème, on peut dans un premier temps envisager une approche pragmatique de comparaison de dictionnaires/configuration expérimentales, par exemple en exploitant des travaux récents donnant une borne maximale au degré de parcimonie pour une reconstruction exacte, dans le cas de la pénalisation  $\ell_1$  [PUS 12, BER 14].

## 7.2 DÉCONVOLUTION D'IMAGES HYPERSPECTRALES EN ASTROPHYSIQUE

Concernant l'imagerie hyperspectrale, et plus particulièrement le projet MUSE, les premières données scientifiquement exploitables vont bientôt arriver. Je ne suis pas directement impliqué dans l'exploitation scientifique de ces données mais je compte poursuivre mes travaux sur le sujet, dans un premier temps dans le cadre du projet de l'ANR FOGHAR (la FORMation des Galaxies vue à HAute Résolution avec VLT/MUSE, projet de l'ANR Blanc SIMI 5) en collaboration entre l'IRAP et le CRAL de Lyon, dans trois directions :

- Dans le cadre de la validation et du contrôle de qualité des données, nos travaux sur la modélisation et l'estimation de la PSF spatiale (§ 6.2) peuvent être utiles, en amont d'une analyse scientifique plus poussée des données. Par exemple, la comparaison, sur un cube de donnée et sur les données des CCD (*PixTables*), de l'estimation de cette PSF à partir d'une étoile isolée, peut donner une indication de la qualité de construction du cube à partir des *PixTables*, ou plus généralement de la qualité des données. De même pour la comparaison de l'estimation de la PSF à partir de plusieurs étoiles isolées, en différentes positions d'un même cube de données. Bien sûr, cela nécessitera éventuellement la remise en cause de certaines hypothèses prises en compte dans le modèle. Ainsi, par exemple, l'hypothèse de séparabilité de la PSF, nécessaire à bien des outils de traitement et d'analyse de ces données, correspondait à une approximation du modèle de formation des données. Il serait intéressant d'essayer d'observer des cibles astrophysiques suffisamment connues permettant de quantifier l'importance de cette approximation (typiquement autour d'une raie d'émission isolée d'un objet non résolu).
- Concernant la déconvolution pour la cinématique des galaxies, nous souhaitons avec N. Bouché et T. Contini de l'IRAP comparer, sur des données MUSE, les approches non paramétriques que nous avons proposées durant la thèse d'E. Villeneuve (§ 6.5) avec des approches paramétriques (c'est-à-dire exploitant un modèle avec peu de paramètres, typiquement une dizaine, pour la cinématique de l'ensemble de la galaxie) proposées par B. Epinat [EPI 09] ou plus récemment avec N. Bouché [BOU 14a]. De telles approches me semblent être complémentaires et permettre aux astrophysiciens de mieux comprendre et analyser leurs données.

Pour faire bénéficier plus encore les astrophysiciens des méthodes développées pour l'étude de la cinématique des galaxies, au moins deux voies sont envisagées, en collaboration avec mes collègues de l'IRAP, N. Bouché et T. Contini.

Tout d'abord, l'exploitation d'observations avec des imageurs à haute résolution des galaxies étudiées paraît intéressante. Typiquement, un instrument comme le HST (*Hubble Space Telescope*) permet d'observer les galaxies avec une très haute résolution spatiale (l'observation satellitaire n'étant pas perturbée par les turbulences atmosphériques), mais dans quelques canaux spectraux uniquement. Sans aller jusqu'à une fusion des données MUSE et HST, ces dernières pourraient servir à la construction de loi *a priori* sur le flux de la ga-

laxie, ce qui aiderait sans doute à une meilleure estimation de la vitesse et de la dispersion en vitesse au sein de la galaxie, en veillant cependant à ne pas biaiser cette estimation.

D'autre part, l'étude de la cinématique des galaxies est parfois effectuée afin d'en déduire une carte de métallicité de la galaxie, par comparaison de la cinématique dans deux raies d'émission (typiquement le rapport entre les raies d'émission NII et H $\alpha$  [PÉR 09]) ayant un flux et donc un rapport signal sur bruit différent. Actuellement, cette étude est effectuée à partir d'une estimation indépendante de la cinématique dans ces deux raies d'émission. Il paraît envisageable d'effectuer une estimation conjointe sur les deux raies, en essayant de tirer parti de relations entre les cinématiques de ces deux raies, soit dans les *a priori*, soit directement dans le modèle de raies.

- Pour la déconvolution impulsionnelle de données hyperspectrales, les résultats obtenus par algorithmes gloutons sont encourageants [SAB 14]. Comme pour l'analyse spectrale (§ 3.2) et la déconvolution 1D [BOU 11a], les algorithmes gloutons classiquement utilisés pour l'approximation parcimonieuse que sont le MP et l'OMP donnent des résultats catastrophiques et des algorithmes bénéficiant d'une étape de sélection plus élaborée, tels que l'OLS et plus particulièrement le SBR, sont moins gênés par la propagation des erreurs dues à une sélection erronée. La prise en compte du bruit non identiquement distribué et de la haute résolution s'est révélée nécessaire, pour que la détection ne soit pas trop entachée d'erreur. J'envisage cependant deux voies pour améliorer la détection : d'une part la prise en compte de la positivité des spectres, d'autre part, une contrainte sur le nombre de pics pouvant être détectés dans un même pixel de l'image, comme cela a été introduit pour de la déconvolution impulsionnelle à haute résolution par une approche de type relaxation de critère dans [CAR 13].

Bien entendu, une comparaison avec une approche de type relaxation de critère, prenant également en compte de tels modèles et *a priori*, mériterait d'être effectuée. Ces travaux rejoignent ainsi ceux que j'ai effectués sur les représentations parcimonieuses pour l'analyse spectrale. Cependant, l'extension à l'imagerie hyperspectrale de certains travaux sur l'analyse spectrale, en particulier sur le modèle Bernoulli-Gaussien étendu à des positions hors de la grille, semble illusoire actuellement, principalement en raison du coût de calcul que cela induirait en imagerie hyperspectrale.

Enfin, pour un tel problème de déconvolution impulsionnelle hyperspectrale, dans le cas où l'on peut bénéficier d'observations à haute résolution par des imageurs type HST, les approches à utiliser me semblent totalement différentes. En effet, en effectuant la détection sur les images à haute résolution, on a à faire face à un problème d'estimation de spectre sur les données hyperspectrales, éventuellement non linéaire si l'on cherche à estimer les paramètres de la PSF ou à améliorer la précision sur la position estimée, ce qui rejoint alors les travaux que nous avons effectués avec A. Selloum et Y. Deville de l'IRAP en séparation de source [SEL 13a, SEL 13b, SEL 14], mais avec un rapport signal sur bruit beaucoup plus faible si les objets sont des galaxies et non des étoiles.

De plus, d'autres aspects de l'analyse de données hyperspectrales en astrophysique m'intéressent, en particulier tirant parti de propriétés de certains objets astrophysiques :

- Une première propriété qui peut être exploitée est la séparabilité des objets. Typiquement, certains objets astrophysiques, en particulier n'ayant pas de cinématique propre, peuvent être considérés comme ayant le même spectre en tous les pixels, seule leur amplitude varie spatialement. Nous avons déjà envisagé, avec S. Bourguignon de l'IRCCYN et D. Mary du Laboratoire Lagrange (OCA, Nice), des moyens d'exploiter une telle information *a priori* pour de la déconvolution ou pour de la séparation de sources, au travers de l'utilisation de dictionnaires ad hoc de parcimonie spectrale tels que ceux utilisés dans [BOU 11b]. Ces travaux préliminaires méritent cependant d'être approfondis. . .
- Une seconde propriété qui pourrait être exploitée pour la déconvolution est la présence

simultanée dans le champ de vue d'objets ponctuels, du moins non résolus, et d'objets étendus. Cela a déjà été effectué par exemple pour de l'analyse spectrale [CIU 01] ou de l'imagerie interférométrique en astrophysique [GIO 05] et il s'agirait d'étendre ces travaux au cas de données hyperspectrales, moyennant la prise en compte d'information *a priori* dans la dimension spectrale.

### 7.3 DÉCONVOLUTION EN PRÉSENCE DE SATURATION EN OBSERVATION DE LA TERRE

Depuis près de deux ans, à l'occasion d'un contrat de Recherche et Technologie du CNES sur la « reconstruction et correction de la tache image en présence de suréclairement », je m'intéresse aux problèmes de saturation dans les images. Une telle problématique intéresse le CNES qui rencontre ces problèmes en observation de la terre à haute résolution, lorsque certains objets reflètent l'image du soleil provoquant ainsi la saturation des détecteurs ainsi que la perturbation de l'image aux alentours de la zone saturée. En collaboration avec A. Selloum (post-doctorant IRAP) et V. Martin et T. Bret-Dibat du CNES, nous avons développé une méthodologie d'estimation des paramètres de l'objet à l'origine de la saturation en exploitant la connaissance de la réponse instrumentale (PSF). Cela permet, en plus de l'estimation à haute résolution de cet objet (c'est-à-dire non convolué par la PSF), de corriger les effets de la tache image et donc de reconstruire le paysage aux alentours de la zone saturée, comme illustré Fig. 7.1. La façon dont nous posons le problème nous permet d'exploiter des algorithmes traditionnels d'optimisation convexe, garantis d'obtenir la solution unique du problème et de calculer la solution en un temps raisonnable. Un tel dispositif semblant prometteur pour les applications en télédétection, le CNES nous a proposé de déposer un brevet sur le sujet [CAR 14], raison pour laquelle je ne peux décrire entièrement nos travaux dans ce document.

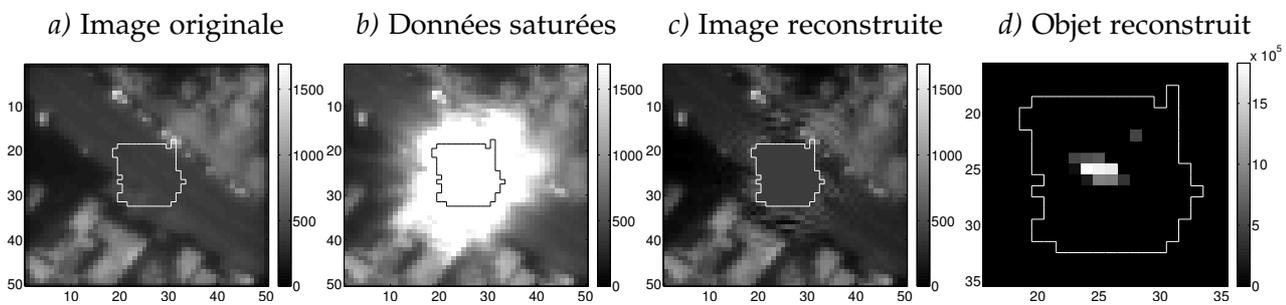


FIG. 7.1 – Illustration sur des données simulées du problème de saturation sur des images d'observation de la terre : a) image originale en l'absence d'objet suréclairé ; b) données saturées à cause d'un tel objet ; c) image reconstruite en dehors de la zone saturée ; d) estimation de l'objet à l'origine de la saturation (zoom). Les données sont codées sur 12 bits ce qui correspond à un seuil de saturation à 4096. La dynamique des images a été adaptée pour l'affichage. La courbe superposée aux images délimite la zone de pixels saturés dans les données.

Une telle approche peut avoir des applications dans d'autres domaines que l'observation de la terre ; en particulier en astronomie dans le cas où l'on cherche à effectuer de l'imagerie à haute dynamique. Le procédé habituel consiste à effectuer un grand nombre d'images avec un temps d'intégration réglé pour ne pas saturer le détecteur, puis de faire la somme des images après les avoir recalées spatialement (techniques dites de *Shift & Add*). Pour faire cela avec précision, il faut estimer correctement le décalage subpixelaire entre les images et effectuer une interpolation pour recaler les images par rapport à une image de référence, étapes délicates dans un environnement bruité. Pour certaines applications, il paraît envisageable de laisser les détecteurs saturer et d'appliquer nos méthodes afin de reconstruire l'objet à l'origine de la saturation et les environs de la tache saturée. Je souhaite tester cela sur le projet d'imageur de Fresnel [KOE 12]

développé dans mon équipe par L. Koechlin, pour lequel la PSF est entièrement maîtrisée et l'on dispose d'un prototype pour valider le procédé.

Enfin, nous comptons poursuivre ces travaux pour effectuer la déconvolution d'images en présence de saturation, c'est-à-dire d'étendre la méthodologie proposée pour l'estimation de l'objet à l'origine de la saturation à la déconvolution simultanée du paysage en dehors de la zone saturée. Les résultats préliminaires obtenus sur le sujet durant le stage de C. Hessel [HES 14] dans le cadre de l'observation de la terre sont très prometteurs.

## 7.4 BIBLIOGRAPHIE

- [BER 14] BERTHOUMIEU Y., DOSSAL C., PUSTELNIK N., RICOUX P., TURCU F., « An Evaluation of the Sparsity Degree for Sparse Recovery with Deterministic Measurement Matrices », *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 48, n° 2, p. 266-278, 2014. (Cité page 102.)
- [BOU 05] BOURGUIGNON S., CARFANTAN H., « Bernoulli-Gaussian Spectral analysis of unevenly spaced Astrophysical Data », *IEEE Workshop in Statistical Signal Processing*, Bordeaux, France, p. 811 - 816, juillet 2005. (Cité pages 43, 44 et 100.)
- [BOU 06] BOURGUIGNON S., CARFANTAN H., « Spectral analysis of irregularly sampled data using a Bernoulli-Gaussian model with free frequencies », *Proceedings of the International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing*, Toulouse, France, p. 516-519, mai 2006. (Cité pages 44 et 100.)
- [BOU 11a] BOURGUIGNON S., SOUSSEN C., CARFANTAN H., IDIER J., « Sparse deconvolution : Comparison of statistical and deterministic approaches », *IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*, Nice, France, juin 2011. (Cité pages 45, 86, 99 et 103.)
- [BOU 11b] BOURGUIGNON S., MARY D., SLEZAK E., « Restoration of astrophysical spectra with sparsity constraints : models and algorithms », *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 5, n° 5, septembre 2011. (Cité pages 79, 88 et 103.)
- [BOU 13] BOURGUIGNON S., CARFANTAN H., « Estimation de spectres de raies pour des signaux irrégulièrement échantillonnés en Astrophysique. », GIOVANNELLI J.-F. ET IDIER J., Ed., *Méthodes d'inversion appliquées au traitement du signal et de l'image*, Traité IC2, série Signal et image, Lavoisier-Hermès, p. 163-190, 2013. (Cité pages 31, 34, 36, 42, 45 et 99.)
- [BOU 14a] BOUCHÉ N., CARFANTAN H., SCHROETTER I., MICHEL-DANSAC L., CONTINI T., GalPaK3D : a Bayesian parametric tool for extracting kinematics from 3D data, Rapport, Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie, submitted to *The Astrophysical Journal*, 2014. (Cité pages 92 et 102.)
- [BOU 14b] BOUDINEAU M., Modélisation Bernoulli-Gaussienne étendue pour la recherche de périodicités dans un signal irrégulièrement échantillonné : application à la détection d'exo-planètes, Rapport de stage ingénieur école Centrale de Nantes, sous la direction de Hervé Carfantan, Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie, septembre 2014. (Cité page 101.)
- [CAN 08] CANDES E., WAKIN M., « An Introduction To Compressive Sampling », *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, n° 1, p. 21-30, mars 2008. (Cité page 102.)
- [CAR 13] CARCREFF E., BOURGUIGNON S., IDIER J., SIMON L., « Algorithmes de déconvolution impulsionnelle à résolution augmentée », *Actes du 24<sup>e</sup> colloque GRETSI*, Brest, septembre 2013. (Cité pages 88, 100 et 103.)
- [CAR 14] CARFANTAN H., SELLOUM A., MARTIN V., BRET-DIBAT T., Procédé et dispositif de traitement d'image numérique d'une scène comportant au moins un objet sur-éclairé, Demande de brevet d'invention 14 57236, Centre National d'Études Spatiales/Centre National de la Recherche Scientifique/Université de Toulouse 3 - Paul Sabatier, juillet 2014. (Cité page 104.)
- [CIU 01] CIUCIU P., IDIER J., GIOVANNELLI J.-F., « Regularized estimation of mixed spectra using a circular Gibbs-Markov model », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, n° 10, p. 2201-2213, octobre 2001. (Cité pages 37, 38, 49 et 104.)
- [CUM 04] CUMMING A., « Detectability of extrasolar planets in radial velocity surveys », *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 354, n° 4, p. 1165-1176, novembre 2004. (Cité page 100.)
- [DES 02] DESCOMBES X., ZERUBIA J., « Marked point process in image analysis », *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 19, n° 5, p. 77-84, septembre 2002. (Cité page 101.)

- [EPI 09] EPINAT B., CONTINI T., FEVRE O. L., VERGANI D., GARILLI B., AMRAM P., QUEYREL J., TASCALÀ L., TRESSE L., « Integral field spectroscopy with SINFONI of VVDS galaxies. I. Galaxy dynamics and mass assembly at  $1.2 < z < 1.6$  », *Astronomy and Astrophysics*, vol. 504, n° 3, p. 789–805, mars 2009. (Cité page 102.)
- [GE 11] GE D., IDIER J., LE CARPENTIER E., « Enhanced sampling schemes for MCMC based blind Bernoulli-Gaussian deconvolution », *Signal Processing*, vol. 91, n° 4, p. 759–772, avril 2011. (Cité pages 44 et 100.)
- [GIO 05] GIOVANNELLI J.-F., COULAIS A., « Positive deconvolution for superimposed extended sources and point sources », *Astronomy and Astrophysics*, vol. 439, n° 1, p. 401–412, août 2005. (Cité page 104.)
- [HES 14] HESSEL C., Déconvolution d'images en présence de saturation : application en observation de la terre et en Astrophysique, Rapport de stage de Master 2, sous la direction de Hervé Carfantan, Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie, septembre 2014. (Cité page 105.)
- [KOE 12] KOEHLIN L., RIVET J.-P., DEBA P., SERRE D., RAKSATAYA T., GILI R., DAVID J., « First high dynamic range and high resolution images of the sky obtained with a diffractive Fresnel array telescope », *Experimental Astronomy*, vol. 33, n° 1, p. 129–144, mars 2012. (Cité page 104.)
- [KRE 03] KREUTZ-DELGADO K., MURRAY J. F., RAO B. D., ENGAN K., LEE T.-W., SEJNOWSKI T. J., « Dictionary Learning Algorithms for Sparse Representation », *Neural Computation*, vol. 15, n° 2, p. 349–396, février 2003. (Cité page 101.)
- [PÉR 09] PÉREZ-MONTERO E., CONTINI T., LAMAREILLE, *et al.*, « Physical properties of galaxies and their evolution in the VIMOS VLT Deep Survey », *Astronomy and Astrophysics*, vol. 495, n° 1, p. 73–81, février 2009. (Cité page 103.)
- [PUS 12] PUSTELNIK N., DOSSAL C., TURCU F., BERTHOUMIEU Y., RICOUX P., « A greedy algorithm to extract sparsity degree for  $\ell_1/\ell_0$ -equivalence in a deterministic context », *EUSIPCO*, p. 859–863, 2012. (Cité page 102.)
- [SAB 14] SABRI K., CARFANTAN H., Greedy algorithms for high resolution sparse spike deconvolution of astrophysical hyperspectral images, Rapport, Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie, submitted to *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, août 2014. (Cité pages 79, 86, 100 et 103.)
- [SEL 13a] SELLOUM A., DEVILLE Y., CARFANTAN H., « Separation of stellar spectra from hyperspectral images using partial filtering constrained by a parametric spatial mixing model », *Proc. 11th International Workshop IEEE Electronics, Control, Measurement, Signals and their application to Mechatronics*, Toulouse, France, août 2013. (Cité pages 75, 79, 88 et 103.)
- [SEL 13b] SELLOUM A., VILLENEUVE E., CARFANTAN H., DEVILLE Y., « Séparation myope de sources stellaires hyperspectrales par des méthodes bayésiennes : Filtre particulière et MCMC », *Actes du 24<sup>e</sup> colloque GRETSI*, Brest, France, septembre 2013. (Cité pages 75, 79, 88 et 103.)
- [SEL 14] SELLOUM A., CARFANTAN H., DEVILLE Y., Separation of stellar spectra from hyperspectral images with Bayesian methods, Rapport, Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie, septembre 2014. (Cité pages 75 et 103.)
- [SOU 11] SOUSSEN C., IDIER J., BRIE D., DUAN J., « From Bernoulli-Gaussian deconvolution to sparse signal restoration », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, n° 10, p. 4572–4584, octobre 2011. (Cité pages 34, 36 et 99.)